



TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Aappo Laitila

HENKILÖAUTONRENKAAN VIERINVASTUKSEN TUTKIMINEN ELEMENTTIMENETELMÄLLÄ

Diplomityö

Tarkastaja: professori Reijo Kouhia
Tarkastaja ja aihe hyväksytty
29. elokuuta 2018

TIIVISTELMÄ

AAPPO LAITILA: Henkilöautonrenkaan vierinvastuksen tutkiminen elementtimenetelmällä

Tampereen teknillinen yliopisto

Diplomityö, 49 sivua, 1 liitesivu

Lokakuu 2018

Konetekniikan diplomi-insinöörin tutkinto-ohjelma

Pääaine: Sovellettu mekaniikka ja lämpötekniikka

Tarkastaja: professori Reijo Kouhia

Avainsanat: henkilöautonrenkas, vierinvastus, elementtimenetelmä

Henkilöautonrenkaan vierinvastuksella on suora vaikutus henkilöauton polttoainetaloudellisuuteen ja tätä kautta sen päästöihin. Tässä diplomityössä tutkittiin renkaan vierinvastukseen vaikuttavia tekijöitä. Työn tavoitteena oli löytää keinoja pienentää henkilöautonrenkaan vierinvastusta sen rakenteellisia ominaisuuksia muuttamalla.

Renkaista luotiin Abaqus-simulointiohjelmalla laskentamallit, joiden tulosten perusteella määriteltiin renkaan laskennalliset vierinvastukset. Laskennan tuloksista havaittiin, että suuremmalla pinnan kaarevuussäteellä, leveämmällä vanteella ja oikeanlaisella pitkittäisurien sijoittelulla voi olla vierinvastusta pienentävä vaikutus. Laskennan tulosten todennukaisuutta tutkittiin kokeellisesti. Pinnan kaarevuussädettä tutkittaessa havaitut erot olivat pieniä ja niiden kokeellinen tutkiminen olisi paljon resursseja vaativa prosessi. Näistä syistä sen tutkiminen rajattiin pelkkään simulointiin.

Vanneleveyttä tutkivassa kokeessa oli jonkin verran epätarkkuustekijöitä, mutta mittaus tulokset noudattivat jokseenkin samaa trendiä kuin laskennan tulokset. Pitkittäisurien vaikutusta tutkivassa kokeessa mittausten tulokset noudattivat laskennallisten tulosten kanssa hyvin samankaltaista trendiä. Eri uravariaatioiden välillä havaittiin selkeät erot, ja nämä erot olivat samaa suuruusluokkaa sekä laskennan että kokeiden tuloksissa.

Laskennalliset vierinvastukset olivat systemaattisesti pienempiä kuin kokeellisesti määritellyt vierinvastukset, sillä laskennassa vierinvastusilmiötä yksinkertaistettiin huomattavasti. Laskentamallit ovat kuitenkin hyvä työkalu tutkittaessa yksittäisten parametrien vaikutusta renkaan vierinvastukseen.

Työssä tehdyt havainnot ovat renkaan vierinvastuksen kehittämisen kannalta varsin hyödyllisiä. Jatkossa voitaisiin tutkia, onko pitkittäisurien paikkojen vaikutus vierinvastukseen samanlainen, kun renkaassa on pitkittäisurien lisäksi myös muuta pintakuviointia. Vanneleveyden vaikutusta tutkiva koe olisi myös hyvä uusien tulosten luotettavuuden varmistamiseksi.

ABSTRACT

AAPPO LAITILA: Investigation of passenger car tyre rolling resistance by using the finite element method

Tampere University of Technology

Master of Science Thesis, 49 pages, 1 Appendix page

October 2018

Master's Degree Programme in Mechanical Engineering

Major: Applied mechanics and thermodynamics

Examiner: Professor Reijo Kouhia

Keywords: passenger car tyre, rolling resistance, finite element method

Tyre rolling resistance has a direct effect into the fuel economy and emissions of a passenger car. The objective of this Master of Science thesis work was to find ways to reduce the rolling resistance of a tyre by modifying its structural properties.

Computational rolling resistances of tyres were computed based on the simulations made with Abaqus simulation software. Results of the computations revealed that a bigger tread radius, a wider rim and an appropriate placing of the longitudinal grooves may reduce the rolling resistance of a tyre. Apart from the simulations related to the tread radius, the results were verified by performing the rolling resistance measurements.

The experimental study related to the rim width had some issues that weakened the reliability of the results. However, the measured values had same type of trend as the computational values. When varying the placing of the longitudinal grooves, the differences between the configurations in the computational and the experimental values were remarkably close to each other.

Compared to the experimental values of rolling resistance, the computational values were systematically lower. This occurred mainly because of the simplification of rolling resistance phenomenon in the computations. However, the simulation-based computation of rolling resistance is a useful tool when investigating the effects of individual parameters of a tyre into the rolling resistance.

The results of this Master of Science thesis work are useful for the further development of tyre rolling resistance. In future, it would be worth of investigating if the effect of placing of the longitudinal grooves is same when there are more details in the tread pattern. In addition, the experimental study related to the effect of rim width would be useful to repeat for yielding more reliable results.

ALKUSANAT

Kiitokset haluan antaa henkilöille, jotka ovat mahdollistaneet diplomityöni valmistumisen hyvällä menestyksellä ja tavoiteajassa. Kiitokset työn rahoittamisesta kuuluvat Tampereen teknillisen yliopiston tukisäätiölle.

Diplomi-insinöörit Jani Räisänen ja Hannu Onnela ansaitsevat kiitokset kaikesta opastuksesta ja perehdyttämisestä, jotka olivat työn etenemisen kannalta korvaamattoman arvokkaita.

Professori Reijo Kouhiaa haluan kiittää diplomityöni tarkastamisesta sekä hyvistä työhön liittyvistä neuvoista.

Kiitokset tuesta ansaitsevat myös ystäväni, perheeni sekä tyttöystäväni perheineen.

Tampereella 13. syyskuuta 2018

Aappo Laitila

SISÄLLYSLUETTELO

| | | |
|-------|--|----|
| 1. | JOHDANTO | 1 |
| 2. | TYÖN LÄHTÖKOHDAT | 2 |
| 2.1 | Henkilöautonrengas..... | 2 |
| 2.2 | Vierinvastus..... | 3 |
| 2.2.1 | Vierinvastus ilmiönä | 3 |
| 2.2.2 | Vierinvastuksen merkitys..... | 4 |
| 2.2.3 | Vierinvastukseen vaikuttavat tekijät | 5 |
| 3. | LASKENNASSA KÄYTETTY TEORIA..... | 7 |
| 3.1 | Elementtimenetelmän perusyhtälöt | 7 |
| 3.1.1 | Liike ja deformaatio | 7 |
| 3.1.2 | Jännitystensorit..... | 8 |
| 3.1.3 | Tasapainoyhtälöt | 8 |
| 3.2 | Hyperelastinen materiaali..... | 9 |
| 3.2.1 | Mooney-Rivlinin materiaalmalli..... | 11 |
| 3.2.2 | Neo-Hookeen materiaalmalli | 12 |
| 3.2.3 | Yeohin materiaalmalli..... | 12 |
| 3.2.4 | Materiaalimallien vertailu | 13 |
| 3.3 | Kontaktimekaniikka | 14 |
| 3.3.1 | Kitkattoman kontaktin reunaehdot..... | 14 |
| 3.3.2 | Kitkallisen kontaktin reunaehdot | 15 |
| 3.3.3 | Kontaktitermit | 15 |
| 3.3.4 | Kontaktiongelman muotoilu | 16 |
| 3.4 | Kokoonpuristumattomuus | 17 |
| 3.4.1 | Redusoitu integrointi..... | 17 |
| 3.4.2 | Hybridielementit | 18 |
| 3.5 | Yhtälöiden ratkaiseminen..... | 19 |
| 3.6 | Vierinvastuksen laskeminen..... | 20 |
| 4. | LASKENNALLINEN OSUUS..... | 24 |
| 4.1 | Renkaan mallintaminen..... | 24 |
| 4.1.1 | Aksisymmetrinen malli | 24 |
| 4.1.2 | Kolmiulotteinen malli | 26 |
| 4.1.3 | Kokoonpuristumattomuus | 27 |
| 4.1.4 | Kontaktireunaehdot | 27 |
| 4.2 | Työssä tehdyt laskennat | 28 |
| 4.2.1 | Vannelevyden tutkiminen | 28 |
| 4.2.2 | Pinnan kaarevuussäteen tutkiminen | 30 |
| 4.2.3 | Pitkittäisurien paikan tutkiminen | 31 |
| 5. | KOKEELLINEN OSUUS..... | 33 |
| 5.1 | Mittausmenetelmä | 33 |
| 5.2 | Vannelevyden vaikutuksen tutkiminen | 35 |

| | | |
|-----|---|----|
| 5.3 | Pitkittäisurien vaikutuksen tutkiminen..... | 36 |
| 6. | VIRHEARVIOINTI..... | 39 |
| 6.1 | Mittausepäätarkkuus | 39 |
| 6.2 | Vanneleveyskokeen virhetarkastelu | 40 |
| 6.3 | Pitkittäisurakokeen virhetarkastelu | 42 |
| 6.4 | Laskennallisesti ja kokeellisesti määriteltujen arvojen erot..... | 43 |
| 7. | YHTEENVETO JA PÄÄTELMÄT | 45 |
| | LÄHTEET..... | 47 |

LIITE A: Lämpötilakorjatun vierinvastuskertoimen maksimivirheen määrittäminen

LYHENTEET JA MERKINNÄT

| | |
|-------------------------------|---|
| FEM | Finite Element Method |
| JLB | Jointless band |
| NTS | node-to-surface |
| STS | surface-to-surface |
| footprint | renkaan ja tien välinen kontaktialue |
| hyperelastinen materiaalmalli | kimmoenergiafunktioon perustuva epälineaarisesti kimmoisa materiaalmalli |
| hystereesihäviö | materiaalin viskoelastisuudesta johtuva häviö |
| paistomuotti | muotti, jossa rengasaihio vulkanoituu lopulliseen muotoonsa |
| permeabiliteetti | läpäisevyys |
| sentrifugaalinen voima | pyörimisliikkeestä johtuva säteen suuntainen näennäisvoima |
| vierinvastus | renkaan vierimisessä tapahtuva energiahäviö matkaysikköä kohden |
| viskoelastinen materiaali | materiaali, joka käyttäytyy osittain kuin kiinteä aine ja osittain kuin kitkallinen virtaava aine |
| \det | determinantti |
| div | divergenssi |
| tr | matriisin jälki |
| \dot{a} | suureen a aikaderivaatta |
| δa | suureen a variaatio |
| a_e | elementtikohtainen suure a |
| \mathbf{a}^T | vektorin tai matriisin \mathbf{a} transpoosi |
| A | pinta-ala |
| b | tilavuusvoima |
| \mathbf{B} | kinemaattinen matriisi |
| \mathbf{C} | oikeanpuoleinen Cauchyn-Greenin muodonmuutostensori |
| C_c | kontaktitermi |
| C_r | vierinvastuskerroin |
| C_{ij}, D_i | kimmoenergiafunktion materiaaliparametrit |
| \mathbf{D}_d | deviatorinen kimmomatriisi |
| E | kimmomoduuli |
| \mathbf{E} | Greenin-Lagrangen venymätensori |
| E_d | dissipatioenergia |
| f | taajuus |
| F | voima |
| g_N | kahden kontaktissa olevan kappaleen etäisyys |
| \bar{g}_N | kahden kontaktissa olevan kappaleen tunkeutuma |
| \mathbf{g}_T | tangentiaalinen siirtymä kahden kappaleen välisessä kontaktissa |
| G | leikkausmoduuli |

| | |
|--------------------------|---|
| h | konvektiivinen lämmönsiirtokerroin |
| I | identiteettimatriisi |
| J | Jacobin determinantti |
| K_0 | bulkkimoduuli |
| K_t | tangenttijäykkyysmatriisi |
| L | pituus |
| \mathbf{n} | normaalivektori |
| N | muotofunktio |
| p | paine |
| p_N | kontaktipaine |
| P | ulkoisten voimien termi |
| Q | rotaatiotensori |
| R | säde |
| \mathbf{R} | sisäisten voimien vektori |
| S | Piolan-Kirchhoffin toinen jännitystensori |
| \mathbf{t} | jännitysvektori |
| \mathbf{t}_T | tangentiaalinen jännitysvektori |
| T_t | vääntömomentti |
| \mathbf{u} | siirtymävektori |
| \mathbf{U} | oikeanpuoleinen venymätensori |
| v | nopeus |
| V | tilavuus |
| \mathbf{V} | vasemmanpuoleinen venymätensori |
| W | kimmoenergia |
| Γ | reunapinta |
| δ | viskoelastisen materiaalin jännityksen ja venymän välinen vaihe-ero |
| ϵ_N, ϵ_T | sakkoparametrit |
| ϵ | venymätensori |
| λ | kuormituskerroin |
| λ_i | yleisen muodonmuutostilan pääinvariantti |
| $\bar{\lambda}_i$ | deviatorisen muodonmuutostilan pääinvariantti |
| λ_N, λ_T | Lagrangen kertoimet |
| μ_f | kitkakerroin |
| μ_s | leikkausmoduuli |
| ν | Poissonin vakio |
| ρ | tiheys |
| σ | Cauchyn-Greenin jännitystensori |
| ω | kulmataajuus |
| Ω | alue |

1. JOHDANTO

Henkilöautojen polttoainetaloudellisuudella ja päästöillä on nyky-yhteiskunnassa suuri merkitys. Renkaan vierinvastuksella on suora vaikutus ajoneuvon polttoaineenkulutukseen ja tätä kautta myös ajoneuvon päästöihin. Euroopan Unionin alueella vaatimuksia renkaiden vierinvastuksille tiukennetaan säännöllisesti (*UNECE Regulation No. 117*, 2016, s. 16,21). Näistä syistä renkaiden vierinvastuksen tutkiminen on ensiarvoisen tärkeää.

Tässä diplomityössä tutkitaan henkilöautonrenkaan vierinvastukseen vaikuttavia tekijöitä. Työn tavoite on löytää keinoja pienentää renkaan vierinvastusta renkaan rakenteellisia ominaisuuksia muokkaamalla. Vierinvastuksen vähentäminen materiaalivalintoihin vaikuttamalla on rajattu työn ulkopuolelle. Muutosten vaikutusta renkaan muihin ominaisuuksiin ei tässä työssä tutkita.

Tässä työssä henkilöautonrenkaan vierinvastus lasketaan elementtimenetelmään perustuvan laskentaohjelmiston avulla. Aluksi renkaasta tehdään laskentamalli, jonka avulla simuloidaan renkaan kuormituksessa syntyviä muodonmuutoksia ja jännityksiä. Näiden laskentatulosten perusteella lasketaan renkaan vierinvastus. Laskennan tulosten todenmukaisuutta tutkitaan kokeellisesti standardin mukaisella vierinvastusmittauksella.

Työn sisältö voidaan jakaa perusteosuuteen, teoriaosuuteen, simulointiosuuteen ja kokeelliseen osuuteen. Työn perusteosuudessa esitellään nykyaikaisen henkilöautonrenkaan komponentit suuripiirteisesti. Tämän jälkeen käsitellään vierinvastusilmiön perusteet sekä sen suuruuteen vaikuttavia tekijöitä. Työn teoriaosuudessa esitellään renkaan simuloinnissa tapahtuvan laskennan taustalla oleva teoria. Simulointiosuudessa esitellään, miten renkaan käyttäytyminen simuloidaan Abaqus-ohjelmistolla ja millaisia tuloksia simuloinnilla on saatu. Työn kokeellisessa osuudessa simulointien tulosten todenmukaisuutta tutkitaan suorittamalla standardin mukaiset vierinvastusmittaukset. Tämän jälkeen tutkitaan kokeiden tulosten luotettavuutta sekä pohditaan mahdollisia jatkotutkimuksia.

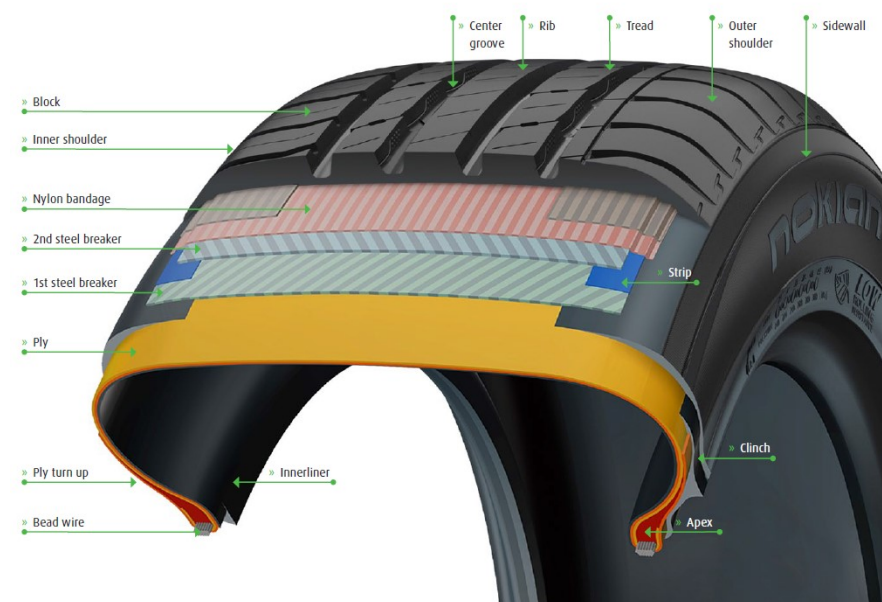
Renkaan vierinvastusta käsitteleviä tutkimuksia on tehty paljon. Tässä työssä päätettiin tutkia simuloinnin avulla pitkittäisurien paikkojen, pinnan kaarevuussäteen ja vannelevyyden vaikutusta vierinvastukseen. Pinnan kaarevuussädettä lukuun ottamatta näiden tekijöiden vaikutus verifioidaan kokeellisesti, sillä nämä kokeet ovat suhteellisen helposti toteutettavissa. Julkisia tutkimuksia renkaan pitkittäisurien paikkojen ja vierinvastuksen välisestä yhteydestä ei tätä työtä tehdessä löytynyt. Vanneleveyttä käsitteleviä tutkimuksia löytyi, mutta ne ovat useita vuosikymmeniä vanhoja. Rengastekniikan huomattavan kehittymisen takia niitä ei voida enää pitää kovin luotettavina.

2. TYÖN LÄHTÖKOHDAT

Tämän luvun alussa esitellään henkilöautonrenkaan eri komponentit sekä niiden tarkoitus. Esitys on suurpiirteinen ja sen on tarkoitus kattaa perusteet nykyaikaisesta henkilöautonrenkaasta tämän työn ymmärtämisen kannalta riittävälle tasolle. Tämän jälkeen käsitellään vierinvastusilmiön perusteet, sen merkitys sekä sen suuruuteen vaikuttavia tekijöitä.

2.1 Henkilöautonrenkas

Rengas on henkilöauton tärkein tien kanssa vuorovaikutuksissa oleva komponentti. Renkaalla on vaikutus auton ohjattavuuteen, pitoon, ajomukavuuteen ja polttoaineenkulutukseen (Jazar, 2017, s. 3). Tässä työssä käsitellään ainoastaan radiaalirengasta (*radial tyre*), joka on nykyaikana yleisin henkilöautoissa käytetty rengastyyppejä. Muita rengastyyppejä ovat vyörengas (*belted bias tyre*) sekä ristikudosrengas (*diagonal bias tyre*). Radiaalirenkaan komponentit ovat havainnollistettuna kuvassa 1.



Kuva 1. Radiaalityyppisen henkilöautonrenkaan komponentit (Nokian Renkaat Oyj)

Innerliner on renkaan sisäpinnassa oleva ohut komponentti, jonka tarkoitus on estää ilman poistumista renkaan sisältä. Komponentti valmistetaan butyylikumista, koska sillä on alhainen kaasujen permeabiliteetti (Gent *ym.*, 2005, s. 7,45).

Innerlinerin päällä on runkokoordi (*ply*), joka koostuu vahvikelangoista ja niiden kumi-päälysteestä. Yleisin vahvikelankojen materiaali runkokoordeissa on polyesteri. Runkokoordeja voi henkilöautonrenkaassa olla yksi tai useampi kappaletta. Niiden tarkoitus on

lisätä sivupintojen iskunkestävyyttä sekä renkaan täyttöpaineen vaatimaa kestävyyttä. Renkaan sivupinnan (*sidewall*) tarkoitus on suojata runkokoordeja iskuilta, kulumiselta ja väsymiseltä. (Gent, 2005, s. 7)

Paineistetun renkaan pysyminen vanteella mahdollistetaan kaapeleiden (*bead wire*) avulla. Kaapelin materiaalina käytetään pronssilla pinnoitettua hiiliterästä. Renkaat suunnitellaan niin, että kaapeli on ylipaineistuksessa vaurioituva komponentti. Runkokoordit taitetaan kaapelin päälle. Runkokoordin ja kaapeliin väliin jäävä tyhjä tila täytetään kumista valmistetulla kolmioliuskalla eli *apexilla*. Kolmioliuskan jäykkyydellä ja korkeudella on vaikutus renkaan ohjattavuuteen. (Gent, 2005, s. 7–8,100)

Runkokoordin päällä on vähintään kaksi teräsvyötä (*steel breaker*). Ne koostuvat messingillä päällystetyistä hiiliteräslangoista, jotka ovat päällystetty kumiseoksella. Ensimmäisen ja toisen teräsvyön langat ovat toisiinsa nähden vastakkaisissa kulmissa. Teräsvöiden tarkoitus on rajoittaa runkokoordien laajenemista, vakauttaa renkaan pintaa ja tuoda renkaalle iskunkestävyyttä. Päälimmäisen teräsvyön päällä on useissa renkaissa JLB (*jointless band*), joka on kehänsuuntaisesti käärity polyamidista (nylon) ja kumista valmistettu nauha. Sen tarkoitus on rajoittaa renkaan sentrifugaalisia voimia varsinkin suurilla pyörimisnopeuksilla. (Gent, 2005, s. 9–10)

Renkaan pintakomponentin tehtävä on luoda renkaan vaatimuksista riippuva yhdistelmä pitoa, ohjattavuutta, kulumiskestävyyttä ja energiatehokkuutta. Renkaan pintakomponentti voidaan jakaa materiaalin perusteella kulutus pintamateriaaliin ja uranpohjamateriaaliin. Renkaan kulutus pintamateriaalin on oltava kulutuskestävää ja sillä on oltava hyvät pito-ominaisuudet sekä vähäinen lämmöntuotto. Uranpohjamateriaalille toivottavia ominaisuuksia ovat hyvä lämmönjohtavuus ja alhainen vierinvastus. (Rodgers *ym.*, 2005, s. 624)

2.2 Vierinvastus

Renkaan vierinvastuksen määritelmä on renkaan kuluttama energia pituusyksikköä kohden (Hall *ym.*, 2001, s. 525). Vierinvastuksen mittaaminen käsitellään kappaleessa 5.1.

2.2.1 Vierinvastus ilmiönä

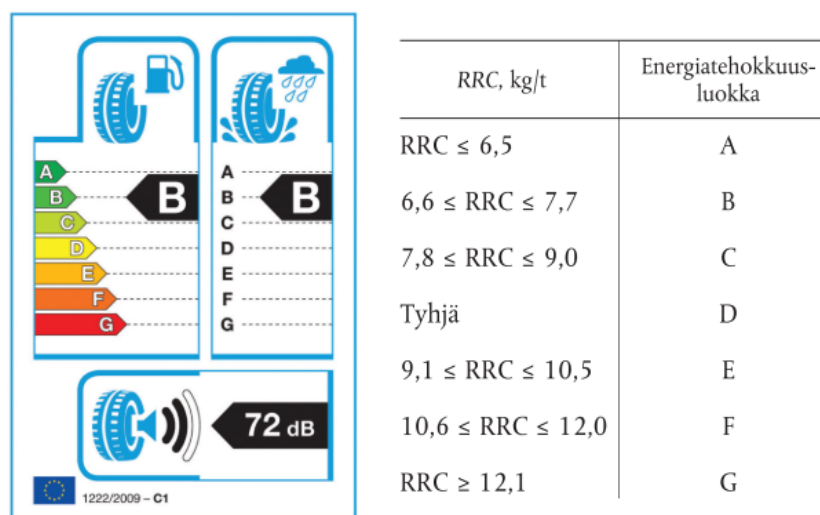
Renkaan vierinvastus johtuu pääosin kumin viskoelastisesta käyttäytymisestä. Kimmoisaan aineeseen tehty työ varastoituu käytännössä kokonaan kappaleen kimmoenergiaksi. Sen sijaan viskoelastiseen aineeseen tehty työ varastoituu palautuvaksi kimmoenergiaksi vain osittain. Loppu energia muuttuu lämmön kautta systeemin sisäenergiaksi (Salmi *ym.*, 2008, s. 361–362). Tätä mekaanisen energian muuttumista lämpöenergiaksi kutsutaan hystereesihäviöksi. Vierinvastuksen kannalta on edullista valita renkaaseen materiaaleja, joilla on pienet hystereesihäviöt. On kuitenkin huomioitava, että valinnalla voi olla epä-

suotuisa vaikutus renkaan muihin ominaisuuksiin. Kumin viskoelastisuus on perusta ajoneuvon hallintaan tarvittavalle pidolle, renkaan värähtelyjä vaimentavalle vaikutukselle sekä renkaan kyvylle absorboida iskuja. (Gent, 2005, s. 482)

Vierinvastuksesta yleensä 80...95 % johtuu edellä kuvatuista hystereesihäviöistä. Jäljelle jäävä osuus aiheutuu renkaan pyörimistä hidastavasta ilmanvastuksesta sekä kontaktissa tapahtuvista pienen mittakaavan muodonmuutoksista (*small scale deformation*). Pienen mittakaavan muodonmuutosten suuruus on verrannollinen pinnankarheuteen. Ideaalisella sileällä pinnalla niitä ei synny, mutta hyvin karkealla pinnalla niiden osuus vierinvastuksesta voi olla jopa 50 % (Hoever *ym.*, 2015, s. 173). Tavanomaisissa olosuhteissa osuus on yleensä 5...10 % (Walter *ym.*, 1974). Ilmanvastuksen osuus vierinvastuksesta on mitausolosuhteissa suuruudeltaan 1...15 %. (Gent, 2005, s. 480,490,515). Vierinvastusmitauksissa ilmanvastuksen vaikutus suljetaan kuitenkin pois.

2.2.2 Vierinvastuksen merkitys

Aiemmin mainittiin vierinvastuksella olevan suora vaikutus ajoneuvon polttoainetaloudellisuuteen. Henkilöauton polttoaineenkulutuksesta 5...15 % aiheutuu renkaan vierinvastuksesta. Tällöin 10 % lasku renkaiden vierinvastuksessa laskee polttoaineenkulutusta 0,5...1,5 %. (Hall, 2001; Evans *ym.*, 2009) Euroopan Unionin alueella henkilöautonrenkaat luokitellaan vierinvastuksen perusteella direktiivin 1222/2009 mukaisesti seitsemään eri energiatehokkuusluokkaan (Kuva 2).



Kuva 2. Euroopan Unionin direktiivin mukainen henkilöautonrenkaan etikettitarra ja siihen liittyvät vierinvastusluokat. (Direktiivi 1222/2009)

Vierinvastusluokan G renkaiden käyttöönotto ja myynti on kielletty 1.11.2014 jälkeen. Vastaava asetus asettuu voimaan vierinvastusluokan F renkaille 1.11.2018. (UNECE

Regulation No. 117, 2016) Vierinvastusvaatimusten säännöllinen tiukentaminen lisääkin rengasvalmistajien painetta renkaiden vierinvastusten jatkuvalle kehittämiselle.

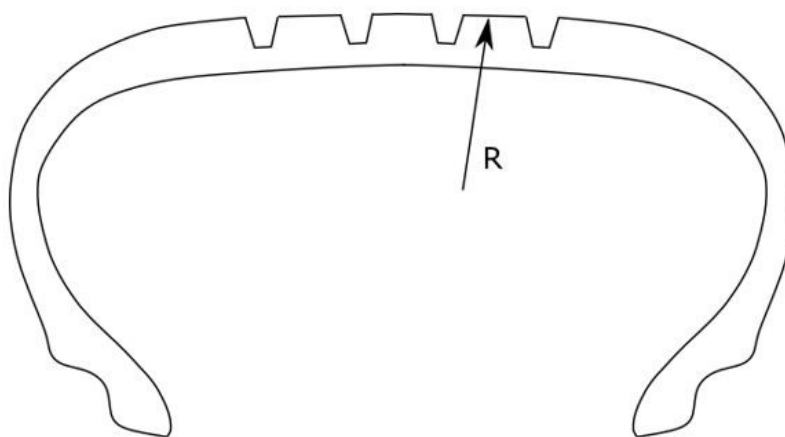
2.2.3 Vierinvastukseen vaikuttavat tekijät

Vierinvastus riippuu sekä olosuhteista että renkaan ominaisuuksista. Renkaan vierinvastuksen vähentämiseen on keinona minimoida renkaan massa, vaimennus tai deformaatio. Vaimennuksen ollessa vähäistä ovat hystereesihäviöt alhaiset. Mahdollisimman vähäinen deformaatio saadaan tekemällä renkaasta mahdollisimman jäykkä. (Ferraris, 2017)

Häviökerroin on pintakumiseoksella suuri ja sivupinnalla pieni. Vierinvastuksesta 70 % aiheutuukin pinnan deformaatioista. (Hall, 2001, s. 536,538) Tästä syystä keino vierinvastuksen vähentämiseksi on suunnitella rengas mahdollisuuksien mukaan niin, että pinnan deformaatiot ovat mahdollisimman vähäiset (Akutagawa, 2017).

Korkeammalla täyttöpaineella ja pienemmällä kuormalla on vierinvastusta pienentävä vaikutus, koska tällöin renkaan deformaatiot ovat pienemmät. Mitä suurempi renkaan pyörimisnopeus on, sitä suurempi sen vierinvastus on. Syy tähän on sentrifugaalisten voimien aiheuttamien deformaatioiden kasvu nopeuden kasvaessa. Renkaan tavanomaisissa käyttöolosuhteissa kumin hystereesihäviökerroin pienenee lämpötilan kasvaessa. Tästä syystä renkaan lämpötilan kasvaessa sen vierinvastus laskee. Vaikka renkaan lämpötila kasvaa pyörimisnopeuden kasvaessa, on aiemmin mainitulla deformaatioiden kasvulla vierinvastuksen kannalta suurempi merkitys. (Hall, 2001)

Renkaan rakenteella voidaan vaikuttaa vierinvastukseen. Shida ym. tutkimuksessaan (1999) totesivat suuremmalla pinnan kaarevuussäteellä (Kuva 3) olevan renkaan vierinvastusta pienentävä vaikutus. Gent ym. teoksessaan (2005, s. 502) toteaa tähän olevan syynä renkaan vähäisempi poikittainen taipuminen. Teoksen mukaan liian suurella pinnan kaarevuussäteellä voi kuitenkin olla vierinvastusta kasvattava vaikutus, jos kuorma kohdistuu liiallisesti olkapäille aiheuttaen niiden alueelle suuria jännityksiä. Pinnan kaarevuussädettä tutkitaan tässä työssä ainoastaan simuloimalla, koska pelkkää pinnan säteen vaikutusta vierinvastukseen on vaikea tutkia kokeellisesti. Tutkiminen vaatisi useita paistomuotteja, joiden parametrit olisivat pinnan sädettä lukuun ottamatta samat. Paistomuotien valmistaminen on kallis ja aikaavievä prosessi. Tässä työssä muutettiin pinnan kaarevuussädettä pitäen teräsvöiden kaarevuussäde vakiona. Tämän toteuttamiseksi olisi pintakomponenttien poikkileikkaukset suunniteltava jokaiselle versiolle niin, että teräsvöiden paikka ja kaarevuussäde ovat kaikissa renkaissa samat. Poikkileikkausta määriteltäessä täytyisi olla tarkkana, että eri versioiden pintakomponenteissa on saman verran kumia. Tällä varmistettaisiin, etteivät mitatut erot johdu erisuuruudesta massasta. Myöhemmin kappaleessa 4.2.2 havaitaan, että pinnan säteen muutoksesta johtuvat erot vierinvastuksissa eivät ole kovin suuria. Niiden todentaminen olisi käytännössä mahdotonta tuotannollisen vaihtelun ja mittausvaihtelun takia.



Kuva 3. Renkaan pinnan kaarevuussäde

Ma ym. (2007) tutkimuksessaan totesivat renkaan asentamisen suunniteltua leveämmälle vanteelle pienentävän renkaan vierinvastusta. Vastaavasti suunniteltua kapeamman vanteen käyttö aiheutti suuremman vierinvastuksen. Tutkimuksen tuloksia ei kuitenkaan verifioitu kokeellisesti ja se käsitteli kuorma-auton renkaita. Walter ym. artikkelissaan (1974, s. 250) viittasivat tutkimuksiin, joiden mukaan leveämmälle vanteelle asennettu rengas on jäykempi ja sen vierinvastus on pienempi. Rengastekniikka on kuitenkin kehittynyt merkittävästi tutkimuksien suorittamisen jälkeen, joten niiden tuloksiin on suhtauduttava varauksella. Tässä työssä tutkitaan tätä väitettä aluksi simuloimalla ja sen jälkeen kokeellisesti.

Vanneleveyden ja pinnan kaarevuussäteen vaikutuksen lisäksi tässä työssä tutkitaan, voiko pitkittäisurien paikkaa muuttamalla vaikuttaa vierinvastukseen. Aiemmin todettiin rasituksen kohdistumisen sivupinnoille olevan vierinvastuksen kannalta edullista. Työn pitkittäisuria tutkivassa osuudessa tutkitaan rengasta, jossa on neljä pitkittäisuraa. Hypoteesina on, että mahdollisimman lähelle renkaan reunaa asetetut ulommat pitkittäisurat ovat vierinvastuksen kannalta edulliset keskemälle asetettuihin uriin verrattuna. Sisempien pitkittäisurien vaikutus sen sijaan oletetaan vähäiseksi. Hypoteesi perustuu siihen, että ulompien urien kohdalla tapahtuu eräänlainen nivelöityminen. Nivelöitymisen takia ulompien urien väliin jäävä alue taipuu pienellä muodonmuutosenergialla, ja tällöin kuorma keskittyy enemmän renkaan sivupinnoille. Renkaan urien syvyydet ja leveydet pidetään vakiona, jolloin renkaan pienemmästä massasta aiheutuva vierinvastuksen pieneminen eliminoiduu. Pitkittäisurien paikkojen vaikutusta vierinvastukseen tutkitaan tässä työssä sekä simuloimalla että kokeellisesti.

3. LASKENNASSA KÄYTETTY TEORIA

Laskennan taustalla olevan teorian tuntemus on tärkeää, jotta laskentamalleista saadaan luotettavia tuloksia. Laskentamallin luonti käsitellään myöhemmin kappaleessa 4.

3.1 Elementtimenetelmän perusyhtälöt

Elementtimenetelmä on yleisesti ottaen osittaisdifferentiaaliyhtälöryhmän reuna-arvotettävän numeerinen likimääräinen ratkaisumenetelmä. Tämän työn kannalta oleellisia ovat vain ajasta riippumattomat yhtälöt, joten yhtälöiden tarkastelu on rajattu niihin.

Tässä luvussa esitetty teoria perustuu pääosin kirjaan *Nonlinear Finite Element Methods* (Wriggers, 2008). Muiden lähteiden käyttö on erikseen mainittu.

3.1.1 Liike ja deformaatio

Kappaleen kinemaattisten relaatioiden perusteella määritellään kappaleen liike ja deformaatio. Tarkastellaan kappaletta, joka voidaan kuvata jatkuvasti jakautuneista pisteistä. Kahden pisteen väliselle differentiaaliselle viivaelementille alkutilassa $d\mathbf{X}$ ja lopputilassa $d\mathbf{x}$ määritellään (s. 22)

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F}d\mathbf{X} \quad (1)$$

jossa \mathbf{F} on deformaatiogradientti. Deformaatiogradientti on määritelty kolmiulotteisessa avaruudessa (s. 22)

$$\mathbf{F} = F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j}, i, j = 1, 2, 3 \quad (2)$$

Deformaatiogradientista voidaan laskea Jacobin determinantti (s. 22)

$$J = \det \mathbf{F} \quad (3)$$

joka kuvaa kappaleen tilavuuden muutosta alku- ja lopputilan välillä. Jäykän kappaleen liikkeessä sekä kokoonpuristumattomassa tapauksessa $J = 1$. Deformaatiogradientin voi erotella polaarihajotelmalla kahdeksi tensoriksi (s. 26)

$$\mathbf{F} = \mathbf{Q}\mathbf{U} = \mathbf{V}\mathbf{Q} \quad (4)$$

jossa \mathbf{Q} on ortogonaalinen rotaatiotensori ja \mathbf{U} sekä \mathbf{V} symmetriset oikean- ja vasemmanpuoleiset venymätensorit. Kappaleen muodonmuutosta voidaan kuvata ilman polaarihajotelmalla Greenin-Lagrangen venymätensorilla (s. 23)

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) \quad (5)$$

jossa \mathbf{I} on identiteettimatriisi ja \mathbf{C} oikeanpuoleinen Cauchyn-Greenin muodonmuutosten-
sori. Greenin-Lagrangen venymätensori on yleisesti käytetty epälineaarissa rakenteiden
mekaniikassa. Se soveltuu erityisen hyvin tapauksiin, joissa siirtymät ovat suuria mutta
venymät pieniä. (s. 25) Myös muita muodonmuutostensoreita on määritelty, joita ei tässä
työssä ole tarpeen käsitellä.

3.1.2 Jännitystensorit

Kappaleen todellisia jännityksiä kuvaa Cauchyn-Greenin jännitystensori $\boldsymbol{\sigma}$. Se lasketaan
lopputilassa kaavasta (s. 35)

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \quad (6)$$

jossa \mathbf{t} on jännitysvektori ja \mathbf{n} tason normaalivektori. Laskennassa hyödyllinen mutta fy-
sikaalisesti vähemmän merkittävä jännitystensori on Piolan-Kirchhoffin toinen jännitys-
tensori (s. 37)

$$\mathbf{S} = \mathbf{J} \mathbf{F}^{-1} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{F}^{-T} \quad (7)$$

jota voidaan käyttää tasapainoyhtälöissä Greenin-Lagrangen venymätensorin työkonju-
gaattina.

3.1.3 Tasapainoyhtälöt

Kappaleen liikemäärän tasapainoyhtälö voidaan kirjoittaa muodossa (s. 35)

$$\operatorname{div}(\mathbf{FS}) - \mathbf{b} = \rho \dot{\mathbf{v}} \quad (8)$$

jossa $\operatorname{div}(\mathbf{FS})$ on sisäisten voimien termi, \mathbf{b} kappaleen tilavuusvoimien termi ja $\rho \dot{\mathbf{v}}$ iner-
tiatermi, joka on staattisissa tapauksissa nolla. Yhtälöiden ratkaiseminen elementtimene-
telmällä perustuu variaatiomuotoihin. Yhtälö (8) on differentiaalimuotoinen ja siitä voi-
daan johtaa staattiselle tapaukselle variaatiomuotoinen yhtälö (s. 84)

$$\int_V \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} \, dV - \int_V \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{u} \, dV - \int_{\Gamma^\sigma} \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{u} \, d\Gamma = 0 \quad (9)$$

jossa $\delta \mathbf{u}$ on virtuaalinen siirtymäkenttä. Yhtälö (9) tunnetaan virtuaalisen työn yhtälönä.
Virtuaalisen työn periaatteen mukaan siirtymäkenttä vastaa tasapainotilaa, jos ja vain jos
tähän kenttään lisätyn virtuaalisen siirtymäkentän ulkoisten voimien virtuaalinen työ-
summa on yhtä suuri kuin kappaleen virtuaalisen siirtymäkentän virtuaalinen kimmoener-
gia (Salmi *ym.*, 2012, s. 134).

Yhtälö (9) koostuu jatkuvista kenttäsuureista, jotka on diskretoitava laskentaa varten. Elementtimenetelmässä solmusuureet interpoloidaan elementtien alueille jatkuviksi kenttäsuureiksi muotofunktioiden avulla. Elementti voi olla muotofunktion asteluvusta riippuen joko lineaarinen, kvadraattinen tai kuutiollinen.

Ulkoisten voimien termi voidaan diskretoida elementin alueelle Ω_e muotoon (s. 127)

$$\mathbf{P} = \int_{\Omega_e} \mathbf{N} \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_r} \mathbf{N} \mathbf{t} d\Gamma \quad (10)$$

joss \mathbf{N} on muotofunktio matriisi. Sisäisten voimien vektori voidaan vastaavasti kirjoittaa muotoon (s. 125)

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}) = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbf{S}_e d\Omega \quad (11)$$

jossa \mathbf{u} on solmuisiirtymävektori ja \mathbf{B} kinemaattinen matriisi, joka koostuu muotofunktioiden derivaatoista. Ratkaistava yhtälöryhmä voidaan kirjoittaa lyhyesti muodossa (s. 128)

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}) - \mathbf{P} = 0 \quad (12)$$

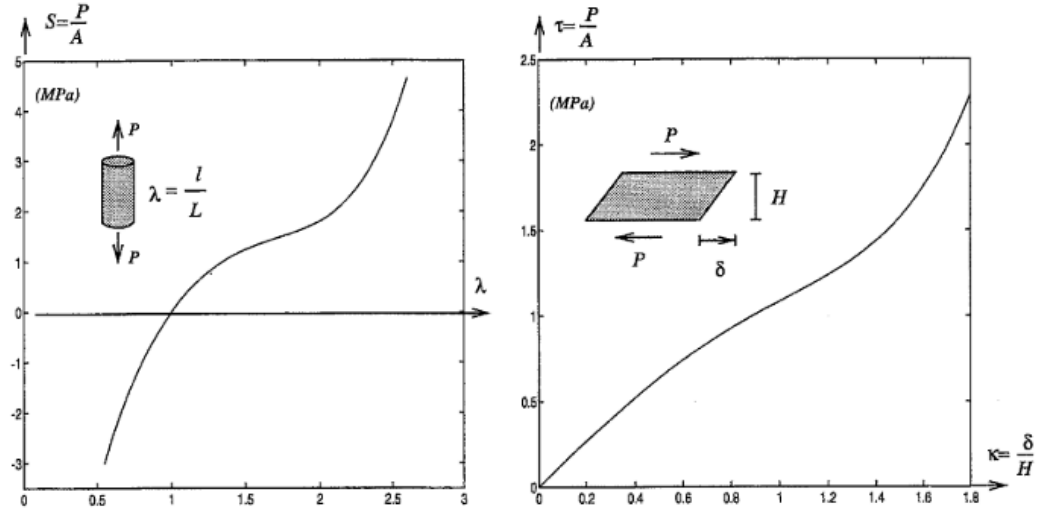
Yhtälöä voidaan soveltaa myös epälineaariseen tapaukseen askelluksen ja iteroinnin avulla, josta lisää kappaleessa 3.5.

Yhtälöiden analyttinen ratkaiseminen on yleensä mahdotonta, joten yhtälöihin sovelletaan likimääräisiä numeerisia ratkaisumenetelmiä. Yksi yleisesti käytetty ratkaisumenetelmä on Gaussin numeerinen integrointi. Menetelmässä lasketaan integroitavan funktion arvo tietyissä integrointipisteissä, joista approksimoidaan integraalifunktion arvo painofunktioiden avulla. Integrointipisteiden määrän lisääminen parantaa ratkaisun tarkkuutta, mutta samalla lisää laskenta-aikaa. Pääsääntönä voidaan pitää, että n kappaletta integrointipisteitä antaa tarkan ratkaisun astelukua $2n - 1$ olevalle polynomille (s. 112). Mikäli integrointipisteitä on elementissä tarkan ratkaisun vaatima määrä, puhutaan täydestä integroinnista. Kun integrointipisteiden määrä on tätä pienempi, on kyseessä redusoitu integrointi.

3.2 Hyperelastinen materiaali

Konstitutiiviset yhtälöt eli materiaaliyhtälöt määrittelevät kappaleen muodonmuutosten ja jännitysten väliset yhteydet. Tässä työssä oleellisia ovat isotrooppiset hyperelastiset materiaalmallit. Tässä luvussa käsitelty teoria on peräisin pääosin lähteistä *Abaqus 6.14 Documentation* (2014) ja *Abaqus Theory manual* (2011). Muiden lähteiden käyttö on erikseen mainittu.

Lineaarisesti elastisessa materiaaalimallissa jännitykset lasketaan suoraan jännityksen ja venymän välisestä lineaarisesta yhteydestä. Kumille jännityksen ja venymän yhteyttä ei voida pitää lineaarisena. Alla olevassa kuvassa on havainnollistettu tyypilliset kumin jännitys-venymäkäyrät yksiakselisessa vetokokeessa sekä leikkausmuodonmuutoskokeessa. Kuvasta voidaan heti päätellä, että lineaarisesti elastinen materiaaalimalli on käyttökelpoinen kumille korkeintaan hyvin pienillä muodonmuutoksilla.



Kuva 4. Kumin esimerkillinen jännitys-venymäkäyrä yksiakselisessa vetokokeessa (vasen) ja leikkausmuodonmuutoskokeessa (oikea) (Austrell, 1997, s. 7)

Kumin epälineaarista käyttäytymistä voidaan kuvata hyperelastisilla materiaalmalleilla. Isotrooppisissa hyperelastisissa materiaalmalleissa jännitykset lasketaan muodonmuutostilan pääinvarianttien funktiona määriteltävän kimmoenergian perusteella. Deviatorisen muodonmuutostilan ensimmäinen ja toinen pääinvariantti ovat

$$\bar{I}_1 = \bar{\lambda}_1^2 + \bar{\lambda}_2^2 + \bar{\lambda}_3^2, \quad \bar{I}_2 = \bar{\lambda}_1^{-2} + \bar{\lambda}_2^{-2} + \bar{\lambda}_3^{-2} \quad (13)$$

joissa deviatorisen ja yleisen muodonmuutostilan päävenymien yhteys

$$\bar{\lambda}_i = J^{1/3} \lambda_i \quad (14)$$

Hyperelastinen materiaaalimalli voidaan esittää polynomimuodossa

$$W = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J - 1)^{2i} \quad (15)$$

jossa C_{ij} ja D_i ovat materiaaliparametrit ja J suhteellinen tilavuudenmuutos. Polynomimuodosta saadaan redusoitu polynomimuoto jättämällä toisen pääinvariantin \bar{I}_2 sisältämät termit pois. Yhtälön viimeinen termi jätetään pois, kun materiaali oletetaan kokoonpuristumattomaksi. Yhtälöön voidaan määritellä jopa $N = 6$, mutta tyypillisesti käytetyt

arvot ovat polynomimuotoisella kimmoenergiafunktiolla $N = 1 \dots 2$ ja redusoidulla polynomimuodolla $N = 1 \dots 3$. Tähän syynä on se, että materiaaliparametreja C_{ij} on hankala määrittellä tarkasti kahta tai kolmea kappaletta enempää (Gent, 2012, s. 57).

Kimmoenergiafunktiosta saadaan leikkausmoduuli μ_s kaavalla (Yeoh, 1997, s. 145)

$$\mu_s = 2\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{\partial W}{\partial I_2}\right) \quad (16)$$

Yhteys kimmoenergialle ja laskennassa käytettävälle Piolan-Kirchhoffin toiselle jännitystensorille (Wriggers, 2008, s. 47)

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} \quad (17)$$

jota voidaan käyttää virtuaalisen työn yhtälössä (9). Työssä käsiteltävät materiaalmallit on rajattu neo-Hookeen, Mooney-Rivlinin ja Yeohin materiaalimalleihin, jotka esitellään kappaleissa 3.2.1- 3.2.3.

3.2.1 Mooney-Rivlinin materiaalimalli

Määrittelemällä kaavaan (15) arvo $N = 1$, saadaan Mooney-Rivlinin kimmoenergiafunktio

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D_1}(J - 1)^2, \quad (18)$$

jossa leikkausmoduuli kaavan (16) mukaan

$$\mu_s = 2(C_{10} + C_{01}), \quad (19)$$

Materiaalimallissa leikkausmoduuli pysyy vakiona, mutta todellisuudessa kumin leikkausmoduuli pienenee pienillä venymillä ja kasvaa suurilla venymillä (Austrell, 1997, s. 7; Yeoh, 1997, s. 152).

Kokoonpuristuvuutta kuvaa vakio

$$D_1 = \frac{2}{K_0} = \frac{3(1 - 2\nu)}{\mu(1 + \nu)} \quad (20)$$

jossa K_0 on bulkkimoduuli. Mooney-Rivlinin materiaalimallia varten on määriteltävä kokeellisesti parametrit C_{10} ja C_{01} sekä Poissonin vakio ν .

Mooney-Rivlinin materiaalimalli ei kykene ottamaan huomioon kumin suurilla venymillä tapahtuvaa jäykkyyden kasvua (Kuva 4), joten se soveltuu vain suhteellisen pienille venymille. Materiaalimalli on käyttökelpoinen, kun venymät ovat alle 100 % (Yeoh, 1997, s. 144; Gent, 2012, s. 304).

3.2.2 Neo-Hookeen materiaaalimalli

Neo-Hookeen materiaaalimalli on yksinkertaisin mahdollinen hyperelastinen materiaali-malli. Se on Mooney-Rivlinin materiaaalimallin erityistapaus, kun $C_{01} = 0$. Tällöin kimmoenergiafunktio

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D_1}(J - 1)^2 \quad (21)$$

Neo-Hookeen kimmoenergiafunktioita varten tarvitsee määritellä Poissonin vakion lisäksi ainoastaan vakio C_{10} , jolle pätee kaavan (16) mukaan $C_{10} = \mu_s/2$. Materiaalimallia käytetään lähinnä tapauksissa, joissa mittausdataa on rajallisesti saatavilla. Neo-Hookeen materiaaalimalli antaa kelvollisia tuloksia, kun venymät ovat suuruudeltaan alle 40 % (Gent, 2012, s. 304).

3.2.3 Yeohin materiaaalimalli

Yeohin materiaaalimallin kimmoenergiafunktio saadaan yhtälöstä (15), kun määritellään $N = 3$ ja jätetään muuttujan \bar{I}_2 arvosta riippuvat termit pois. Tällöin kimmoenergiafunktio voidaan kirjoittaa muodossa

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{20}(\bar{I}_1 - 3)^2 + C_{30}(\bar{I}_1 - 3)^3 + \frac{1}{D_1}(J - 1)^2 + \frac{1}{D_2}(J - 1)^4 + \frac{1}{D_3}(J - 1)^6 \quad (22)$$

Yeohin materiaaalimalli perustuu oletukseen, että muodonmuutostilan toisen pääinvariantin vaikutus kimmoenergiaan on vähäinen. Tämän lisäksi kimmoenergian ja toisen pääinvariantin yhteyttä on vaikea mitata. Näistä syistä Yeohin materiaaalimallissa kimmoenergia määritellään vain venymätensorin ensimmäisen pääinvariantin ja suhteellisen tilavuudenmuutoksen funktiona.

Yeohin kimmoenergiafunktion materiaaliparametreilla ei ole selkeää fysikaalista merkitystä (Gent, 2012, s. 67). Asettamalla parametrit C_{10} ja C_{30} positiivisiksi ja parametri C_{20} negatiiviseksi, saadaan kumille tyypillinen S-kirjaimen muotoinen jännitys-venymäkäyrä (Kuva 4). Negatiiviseksi määritetty parametri C_{20} saattaa kuitenkin aiheuttaa stabiiliusongelmia, joita käsitellään tarkemmin kappaleessa 3.2.4.

Kolmen materiaalivakion avulla on mahdollista kuvata materiaalin jäykkyyden kasvu suurilla venymillä. Soveltamalla kaavaa (16) Yeohin kimmoenergiafunktioon (22) huomataan, että leikkausmoduuli ei ole vakio vaan se muuttuu ensimmäisen pääinvariantin funktiona. Materiaalimallissa voidaan siis huomioida leikkausmoduulin muuttuminen venymän funktiona. Näistä syistä Yeohin materiaaalimalli sopii suurillekin venymille.

3.2.4 Materiaalimallien vertailu

Aiemmin todettiin neo-Hooken ja Mooney-Rivlinin materiaalimallien olevan käyttökelpoisia suhteellisen pienille venymille ja Yeohin mallin soveltuvan suurille venymille. Yeohin ja Mooney-Rivlinin kimmoenergiafunktioihin voidaan materiaaliparametrit C_{ij} määrittää yhdellä vetokokeella (Tönük, 1998, s. 100; Gent, 2012, s. 304). Mikäli materiaalia ei oleteta kokoonpuristumattomaksi, on parametrit D_i määriteltävä puristuskokeiden avulla.

Mitä enemmän kimmoenergiafunktiossa on materiaaliparametreja, sitä tarkemmin sen saa sovitettua mittaustuloksiin. Suuri määrä materiaaliparametreja ei aina ole materiaalimallin luotettavuutta parantava asia. Mitä enemmän materiaalimallissa on materiaaliparametreja, sitä herkempi se on mittausdatassa mahdollisesti oleville häiriöille. Lisäksi usean materiaaliparametrin materiaalimallit eivät anna luotettavia tuloksia sellaisilla venymän arvoilla, jotka ovat mittausdata-alueen ulkopuolella. (Yeoh, 1997, s. 144)

Hyperelastisen materiaalimallin vakaudella on merkitys laskennan onnistumisen kannalta. Kimmoenergiafunktion on täytettävä Druckerin stabiiliusehto, jonka mukaan infinitesimaalisen logaritmisin venymäinkrementin $d\epsilon$ ja sen seurauksena olevan jännityksen muutoksen $d\sigma$ on täytettävä ehto

$$d\sigma: d\epsilon > 0 \quad (23)$$

Neo-Hooken materiaalimalli täyttää Druckerin stabiiliusehdon aina, mikäli materiaaliparametri $C_{10} > 0$. Mooney-Rivlinin materiaalimallilla stabiiliusehto toteutuu, kun $C_{10} + C_{01} \geq 0$ ja $C_{10} \geq 0$ (Kumar *ym.*, 2016, s. 45). Yeohin materiaalimalli täyttää stabiiliusehdon, mikäli materiaaliparametrit $C_{i0} > 0$. Tyypillisesti Yeohin kimmoenergiafunktiossa parametri $C_{20} < 0$, kuten kappaleessa 3.2.3 todettiin. Tästä aiheutuvaa stabiiliusongelmaa voi yrittää korjata kasvattamalla parametrin C_{10} tai pienentämällä parametrin C_{20} absoluuttista arvoa.

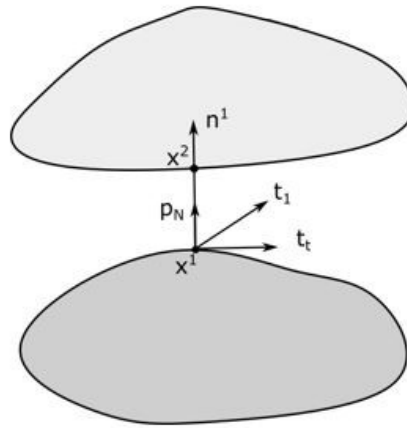
Mooney-Rivlinin materiaalimalli on eniten käytetty hyperelastinen materiaalimalli sen yksinkertaisuuden ja luotettavuuden takia (Yeoh, 1997, s. 144; Gent, 2012, s. 304). Venymät henkilöautonrenkaissa ovat tyypillisesti suuruusluokaltaan alle 40 % (Tönük, 1998, s. 100), joten materiaalimallilta ei tässä työssä vaadita esimerkiksi jäykkyyden kasvun huomiointia suurilla siirtymillä. Lisäksi suurille muodonmuutoksille soveltuva Yeohin materiaalimalli ei ole kovin luotettava pienillä venymillä (Gent, 2012, s. 304). Mooney-Rivlinin materiaalimalli on yleisin renkaiden analysoinnissa käytetty materiaalimalli (Tönük, 1998, s. 100) ja sitä käytetään aiemmin mainituista syistä tämänkin työn analyyseissä.

3.3 Kontaktmekaniikka

Kontaktmekaniikka on tärkeässä roolissa tämän työn analyyseissä. Kontaktmekaniikassa haasteellinen tekijä on se, että ei ole olemassa mitään kaikille eri tyyppisille kontaktisimulaatioille soveltuvaa luotettavaa menetelmää. Varsinkin kitkan huomioon ottaminen tekee ongelmasta hankalan kehittyneimmällekin simulointiohjelmalle. Kappaleiden 3.3.1-3.3.3 esitys perustuu teokseen *Computational Contact Mechanics* (Wriggers, 2006). Kontaktin formulointia käsittelevä kappale 3.3.4 perustuu lähteeseen *Abaqus 6.14 Documentation* (2014).

3.3.1 Kitkattoman kontaktin reunaehdot

Kitkattomaksi oletettavassa kontaktissa tarkastellaan ainoastaan kontaktipintojen normaalivoimia. Kitkattomat kontaktiongelmat ratkaistaan kontaktirajapinnan rajoitusyhtälöiden kautta.



Kuva 5. Kahden kappaleen kontaktirajapinta

Tunkeutumattoman, kitkattoman kontaktin rajoitusehdot ovat (s. 71)

$$g_N = (\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1) \cdot \mathbf{n}^1 \geq 0, \quad p_N \leq 0, \quad p_N g_N = 0 \quad (24)$$

jossa g_N on pisteiden \mathbf{x}^2 ja \mathbf{x}^1 välinen etäisyys ja p_N pinnan jännitysvektorin \mathbf{t}_1 normaalin \mathbf{n}^1 suuntainen komponentti. Rajoitusehdoista ensimmäinen on tunkeutumattomuusehto, jota käytetään kappaleessa 3.3.3 esiteltävässä Lagrangen kertoimien menetelmässä. Kappaleiden tunkeutumisen huomioiva funktio on (s. 60)

$$\bar{g}_N = \begin{cases} (\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1) \cdot \mathbf{n}^1 & \text{kun } (\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1) \cdot \mathbf{n}^1 < 0 \\ 0 & \text{kun } (\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1) \cdot \mathbf{n}^1 \geq 0 \end{cases} \quad (25)$$

jossa \bar{g}_N kuvaa tunkeutumisen määrää. Funktiota käytetään sakkomenetelmässä, jota käsitellään kappaleessa 3.3.3.

3.3.2 Kitkallisen kontaktin reunaehdot

Kitkallisessa kontaktissa on otettava huomioon myös tangentialiset jännitykset. Pintojen välinen tangentialinen reaktio voi olla joko takertuminen tai liukuminen. Kitkallisen kontaktin laskennan tekeekin hankalaksi yhtäkkiset muutokset takertumistilan ja liukumistilan välillä (s. 112).

Takertumisreaktiossa suhteellinen tangentialinen siirtymä g_T täyttää ehdon (s. 77)

$$\dot{\mathbf{g}}_T = 0 \Leftrightarrow \mathbf{g}_T = 0 \quad (26)$$

jonka perusteella määritellään tangentialinen jännitys kontaktirajapinnassa. Kun tangentialinen jännitys ylittää tietyn rajan, pinnat liukuvat eikä ehto (26) toteudu. Tällöin konstitutiivinen yhtälö tangentialiselle jännitysvektorille (s. 78)

$$\mathbf{t}_T = -\mu_f |p_N| \frac{\dot{\mathbf{g}}_T}{\|\dot{\mathbf{g}}_T\|} \quad \text{kun} \quad \|\mathbf{t}_T\| > \mu_f |p_N| \quad (27)$$

jossa μ_f on liukukitkakerroin. Kitkakerroin voidaan tapauskohtaisesti määritellä vakioksi tai muuttuvaksi lämpötilan, liukumisnopeuden ja kontaktipaineen funktiona.

3.3.3 Kontaktitermit

Suurin osa elementtimenetelmäratkaisijoista käyttävät Lagrangen kerrointen menetelmää tai sakkomenetelmää (s.115), joten tässä työssä tarkasteltavat menetelmät on rajattu niihin. Ottamalla kontaktireunaehdot mukaan yhtälöön (9) saadaan

$$\int_V \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} dV - \int_V \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{u} dV - \int_{\Gamma^\sigma} \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{u} d\Gamma - C_c = 0 \quad (28)$$

jossa C_c on kontaktireunaehdot huomioiva termi. Lagrangen kertoimen menetelmässä kontaktitermi on takertumistilanteessa (s. 117)

$$C_c^{LM,stick} = \int_{\Gamma_C} (\lambda_N \delta g_N + \boldsymbol{\lambda}_T \cdot \delta \mathbf{g}_T) dA + \int_{\Gamma_C} (\delta \lambda_N g_N + \delta \boldsymbol{\lambda}_T \cdot \mathbf{g}_T) dA \quad (29)$$

jossa λ_N ja $\boldsymbol{\lambda}_T$ merkitsevät Lagrangen kertoimia. Kerroin λ_N merkitsee pinnan normaalin suuntaista kontaktijännitystä ja $\boldsymbol{\lambda}_T$ rajoiteyhtälön (26) tuomaa tangentialista jännitystä. Liukumistilanteessa $\boldsymbol{\lambda}_T$ korvataan konstitutiivisen yhtälön (27) määrittelemällä termillä \mathbf{t}_T , jolloin kontaktitermi (s. 117)

$$C_c^{LM,slip} = \int_{\Gamma_C} (\lambda_N \delta g_N + \mathbf{t}_T \cdot \delta \mathbf{g}_T) dA + \int_{\Gamma_C} \delta \lambda_N g_N dA \quad (30)$$

Lagrangen menetelmässä kontaktireunaehtona on aina tunkeutumattomuusehto (24). Sakkomenetelmässä käytetään sakkoparametreja ϵ_N ja ϵ_T , joiden merkitykset ovat kontaktin tangentiaalinen ja normaalin suuntainen jäykkyys. Tällöin kappaleiden välinen tunkeutuminen sallitaan. Sakkomenetelmässä termi C_c määritellään tarkertumisessa (s. 118)

$$C_c^{P,stick} = \int_{\Gamma_C} (\epsilon_N \bar{g}_N \delta \bar{g}_N + \epsilon_T \mathbf{g}_T \cdot \delta \mathbf{g}_T) dA \quad (31)$$

ja liukumisessa (s. 118)

$$C_c^{P,slip} = \int_{\Gamma_C} (\epsilon_N \bar{g}_N \delta \bar{g}_N + \mathbf{t}_T \cdot \delta \mathbf{g}_T) dA \quad (32)$$

Sakkomenetelmässä kontakti ei täysin toteuta kontaktireunaehtoja. Lagrangen kerrointen menetelmä toteuttaa kontaktireunaehdot tarkasti, mutta se tuo laskentamalliin lisää vapausasteita, mikä pidentää laskenta-aikaa. (s. 21)

3.3.4 Kontaktiongelman muotoilu

Kontakti voidaan formuloida eri tavalla riippuen diskreetointimenetelmästä, kontaktin tunnistusmenetelmästä sekä kontaktin *master*- ja *slave*-pintojen valinnasta. Tässä työssä eri formulointitapojen yhtälöjärjestelmien esittely ei ole tarpeen, joten tämän kappaleen esitys on rajattu eri tapojen perusteiden esittelyyn.

Kontaktin tunnistamista varten määritellään, onko kontakti pienten liukumien (*small sliding*) vai suurten liukumien (*finite sliding*) kontakti. Pienten liukumien kontaktissa kontaktialue lasketaan kappaleen deformatumattoman muodon perusteella ja se pysyy muuttumattomana analyysin aikana. Mikäli liukumat oletetaan elementin mittoja pienemmiksi, voidaan käyttää pienten liukumien kontaktia. Suurten liukumien kontaktissa kontaktialue ja pintapainejakauma lasketaan kappaleen deformatuneen muodon perusteella. Tällöin kontaktialue lasketaan jokaisen inkrementin alussa uudelleen, mikä kasvattaa laskentakustannuksia.

Kontakti voidaan diskretoida joko NTS- (*node-to-surface*) tai STS-kontaktiksi (*surface-to-surface*). NTS-diskretoinnissa *slave*-pintaa käsitellään solmuista koostuvana pintana. Jokaista *slave*-pinnan solmua vastaa *master*-pinnassa projektiopiste. Näille projektiopisteille interpoloidaan arvot ympäröivien *master*-solmujen perusteella. Kontakti lasketaan projektiopisteen sekä *slave*-pinnan solmun välille. NTS-diskretoinnissa *slave*-pinnan solmuille asetetaan rajoite, että ne eivät voi tunkeutua *master*-pintaan. Tästä syystä kontaktivoimat keskittyvät tyypillisesti solmuihin, mikä tekee pintapainejakaumasta epätasaisen.

STS-diskretoinnissa ei slave-pintaa käsitellä solmuista koostuvana pintana, vaan siinä tarkastellaan molempien pintojen muotoja. Kontaktiehdot toteutuvat slave-pinnalla keskimääräisesti, mutta eivät jokaisessa pisteessä tarkasti. STS-diskretoinnissa ilmenee tästä syystä merkityksettömän pientä slave-solmujen tunkeutumista master-pintaan. STS-diskretointia käytettäessä pintapainejakauma on tasaisempi ja lähempänä todellisuutta kuin NTS-diskretointia käytettäessä, koska kontaktivoimat eivät keskity solmuihin vaan tasaisesti koko pinnalle. STS-diskretointia käytettäessä laskentakustannukset ovat yleisesti ottaen suuremmat. Ero ei kuitenkaan ole merkittävä, ellei kontaktialue ole hyvin suuri mallin kokoon nähden.

Kontaktiparia määriteltäessä on valittava, kumpi pinnoista on master ja kumpi slave. Pääsääntönä voidaan pitää, että suuremman kappaleen pinta valitaan master-pinnaksi. Mikäli kokoero ei ole huomattava, valitaan master-pinnaksi jäykemmän kappaleen pinta. Jos kappaleen jäykkyyksilläkään ei ole eroa, valitaan master-pinnaksi karkeammin verkotettu pinta. NTS-diskretoinnissa pintojen valinnalla on suuri merkitys, mutta STS-diskretoinnissa valinnalla ei ole niin suurta merkitystä. STS-diskretoinnissa on kuitenkin suositeltavaa valita harvemmin verkotettu pinta master-pinnaksi. Mikäli master-pinnan verkko on huomattavasti tiheämpi kuin slave-pinnan verkko, voivat laskentakustannukset olla korkeat.

3.4 Kokoonpuristumattomuus

Tavallista siirtymäformulaatiota ei voida käyttää materiaalin ollessa kokoonpuristumatonta tai lähes kokoonpuristumatonta. Lähes kokoonpuristumatonta ainetta analysoitaessa on ongelmana elementtien tilavuuslukkiutuminen, jolloin elementille tulee liikaa rajoitusehtoja ja se lukkiutuu. Täysin kokoonpuristumattomalle lineaarisesti kimmoisalle aineelle $\nu = 0,5$, jolloin ongelmana on myös jäykkyysmatriisissa käytettävän bulkkimoduulin kasvaminen äärettömän suureksi. Kokoonpuristumattomuuden aiheuttamia ongelmia voidaan ratkaista käyttämällä hybridielementtejä tai täysin integroitujen elementtien sijaan redusoidusti integroituja normaaleja elementtejä. (*ABAQUS Theory manual*, 2011)

3.4.1 Redusoitu integrointi

Redusoidussa integroinnissa integrointipisteiden määrä vähennetään tarkan ratkaisun vaatimaa määrää pienemmäksi. Tällöin rajoitusehdot vähenevät eikä elementtiverkko lukkiudu. Tämän lisäksi laskentakustannukset vähenevät. Ongelmana kuitenkin ovat ns. nollaenergiamuodot, joissa elementti voi muuttaa muotoaan ilman kimmoenergian muuttumista. Ne voidaan eliminoida lisäämällä elementeille parametreja, jotka rajoittavat elementin nollaenergiamuotoista deformaatiota. (*ABAQUS Theory manual*, 2011) Redusoitu integrointi ratkaisee myös lineaarisilla elementeillä ongelmana ilmenevän leikkauslukittumisen. Leikkauslukittuminen tapahtuu, kun lineaarista täysin integroitua elementtiä tai-vutetaan. Tällöin leikkausjännitykset kasvavat epätodellisen suuriksi ja laskentamallin

ratkaisuna saadut siirtymät ovat todellisia pienemmät. (*Abaqus 6.14 Documentation*, 2014)

3.4.2 Hybridielementit

Yksi usein käytetty hybridielementtimenetelmäformulaatio on Lagrangen kertoimien menetelmä. Menetelmässä elementille määritellään siirtymäkentän lisäksi Lagrangen kerroin p , joka vastaa elementin hydrostaattista painetta. Lagrangen menetelmässä variaatiomuotoiset yhtälöt (Zienkiewicz *ym.*, 2013, s. 316)

$$\begin{cases} \int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_d \boldsymbol{\varepsilon} d\Omega + \int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{m} p d\Omega + \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma^{\sigma}} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{t} d\Gamma = 0 \\ \int_{\Omega} \delta p \left[\mathbf{m}^T \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{p}{K_0} \right] d\Omega = 0 \end{cases} \quad (33)$$

jossa paine p , bulkkimoduuli K_0 , leikkausmoduuli G ja vektori \mathbf{m}

$$\begin{aligned} p &= -\frac{1}{3} \text{tr} \boldsymbol{\sigma}, & K_0 &= \frac{E}{3(1-2\nu)} \\ G &= \frac{E}{2(1+\nu)}, & \mathbf{m} &= [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T \end{aligned} \quad (34)$$

sekä deviatorinen kimmomatriisi

$$\mathbf{D}_d = 2G \left(\mathbf{I}_0 - \frac{1}{3} \mathbf{m} \mathbf{m}^T \right), \quad \mathbf{I}_0 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & & & & & \\ & 2 & & & & \\ & & 2 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Käyttämällä paineen ja siirtymän solmuarvoille $\tilde{\mathbf{p}}$ ja $\tilde{\mathbf{u}}$ interpolointifunktioita

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}_u \tilde{\mathbf{u}}, \quad p = \mathbf{N}_p \tilde{\mathbf{p}} \quad (36)$$

saadaan yhtälöjärjestelmä (Zienkiewicz, 2013, s. 317)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{C} \\ \mathbf{C}^T & -\mathbf{W} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}} \\ \tilde{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \end{Bmatrix} \quad (37)$$

jossa

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D}_d \mathbf{B} d\Omega, \quad \mathbf{C} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{m} \mathbf{N}_p d\Omega, \quad \mathbf{W} = \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T \frac{1}{K} \mathbf{N}_p d\Omega \\
\mathbf{f}_1 &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_u^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma^\sigma} \mathbf{N}_u^T \mathbf{t} d\Gamma, \quad \mathbf{f}_2 = \mathbf{0}
\end{aligned} \tag{38}$$

Edellä esitellyn formulaation on täytettävä stabiiliusehdot, jotta konvergoitongelmia ei ilmenisi. Stabiiliusehtoja käsitellään tarkemmin esimerkiksi kirjassa *Finite Element Method – its Basis and Fundamentals* (Zienkiewicz, 2013), eikä niitä ole tässä yhteydessä tarpeen käsitellä tarkemmin. Kokoonpuristumattomuuden huomioiminen laskentamalleissa käsitellään kappaleessa 4.1.3.

3.5 Yhtälöiden ratkaiseminen

Siirtymämenetelmässä ratkaistaan tuntemattomat siirtymät ulkoisten voimien ollessa tunnettuja yhtälön (12) avulla. Epälineaarisessa analyysissä ratkaisua ei voida laskea suoraan lineaarisesta yhtälöryhmästä, vaan ratkaisu löydetään jakamalla kuormitustapahtuma aikainkrementteihin. Tässä työssä käsitellään lyhyesti tasapainoyhtälöiden ratkaiseminen Newton-Rhapson -algoritmillä. Esitys perustuu kurssin *Elementtimenetelmän jatkokurssi* luentomateriaaliin (Pajunen, 2014).

Yhtälö (12) voidaan kirjoittaa muodossa

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}) - \lambda \mathbf{P} = 0 \tag{39}$$

jossa λ on kuormituskerroin. Merkitään tässä yhteydessä askelta alaindeksillä ja iteraatio-
kierrosta yläindeksillä. Askeleella k tasapaino toteutuu, kun

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}_k) - \lambda_k \mathbf{P} = 0 \tag{40}$$

Kuormaohjatussa tehtävässä kasvatetaan kuormituskerrointa, jolloin

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}_k^i) - \lambda_{k+1} \mathbf{P} = 0 \tag{41}$$

Tämän jälkeen iteroidaan siirtymävektoria. Soveltamalla Taylorin sarjakehitelmää vasemmanpuoleiseen termiin saadaan yhtälö

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{u}_k^i) d\mathbf{u}_k^i = \lambda_{k+1} \mathbf{P} - \mathbf{R}(\mathbf{u}_k^i) \tag{42}$$

jonka vasemmasta puolesta voidaan erotella tangenttijäykkyyismatriisi

$$\mathbf{K}_t = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{u}_k^i) = \int_V \mathbf{B}^T \frac{d\mathbf{S}}{d\mathbf{E}} \mathbf{B} dV + \int_V \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{u}} \mathbf{S} dV \tag{43}$$

Tangenttijäykkyysmatriisin vasemmanpuoleinen termi on materiaalijäykkyysmatriisi ja oikeanpuoleinen termi geometrinen jäykkyysmatriisi. Alla olevassa taulukossa on kuvattu näiden yhtälöiden ratkaisualgoritmin vaiheet.

Taulukko 1. *Newton-Rhapson algoritmin vaiheet ratkaistaessa virtuaalisen työn yhtälöä*

| | |
|---|---|
| 1 | Alkuarvon u_k^1 valitseminen ($i=1$) |
| 2 | du_k^i ratkaiseminen yhtälöstä (42) |
| 3 | Ratkaisun päivittäminen $u_k^{i+1} = u_k^i + du_k^i$ |
| 4 | Tarkastaminen, onko $\frac{\ u_k^{i+1} - u_k^i\ }{\ u_k^i\ }$ pienempi kuin asetettu toleranssi ja jos on, siirtyminen seuraavaan askeleeseen. Jos ei, palataan kohtaan 2 ja käytetään yhtälön ratkaisuun päivitettyä ratkaisua u_k^{i+1} |

Modifioitu Newton-Rhapson –algoritmi pitää yhtälön (42) vasemman puolen vakiona. Tällöin ratkaisusta tulee huomattavasti nopeampi, koska laskennassa tapahtuva tangenttijäykkyysmatriisin kääntäminen on aikaa vievä vaihe. Modifioitu Newton-Rhapson algoritmi ei kuitenkaan konvergoi kovinkaan hyvin, joten sitä voidaan käyttää ainoastaan tapauksissa, joissa epälineaarisuus on vähäistä. (Wriggers, 2008, s. 154–155)

3.6 Vierinvastuksen laskeminen

Tässä työssä vierinvastus lasketaan staattisen FEM-mallin perusteella. Laskentamenetelmä perustuu artikkeliin *A Rolling Resistance Simulation of Tyres Using Static Finite Element Analysis* (Shida, 1999).

Hystereesihäviöiden aiheuttama vierinvastusvoima lasketaan kaavalla

$$F_R = \frac{E_D}{L} \quad (44)$$

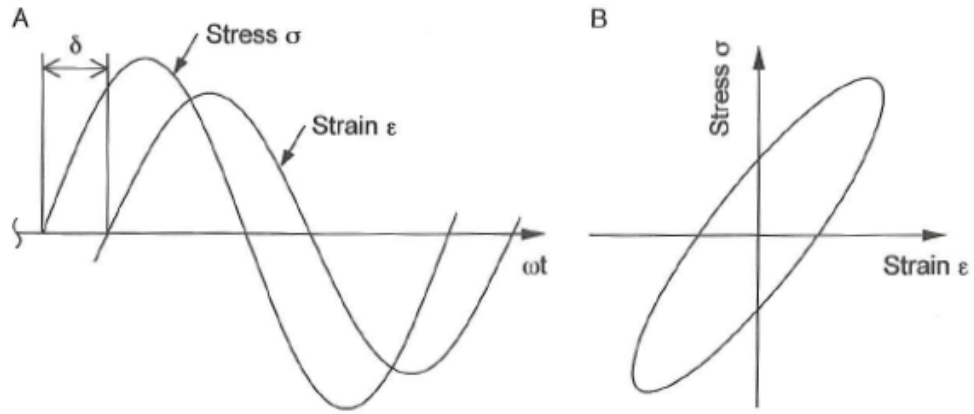
jossa E_D on renkaan dissipaatioenergia tietyllä kuljetulla matkalla L . Sinimuotoisessa kuormituksessa viskoelastiselle materiaalille jännitys

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta) \quad (45)$$

ja venymä

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t) \quad (46)$$

jossa σ_0 ja ε_0 ovat jännitys- ja venymäamplitudit, ω kuormituksen kulmataajuus ja δ jännityksen ja venymän viskoelastinen vaihe-ero, joka on havainnollistettu kuvassa 6.



Kuva 6. Viskoelastisen materiaalin jännityksen ja venymän välinen vaihe-ero sekä hystereesisilmukka (Shida, 1999)

Yhden syklin dissipaatioenergia sinimuotoisessa kuormituksessa voidaan laskea kaavalla

$$E_D = V \int_{\text{cycle}} \sigma(t) d\epsilon = \pi V \sigma_0 \epsilon_0 \sin \delta \quad (47)$$

jossa V on kappaleen tilavuus. Renkaan kuormitus on impulssimaista ja jaksollista, jolloin sitä voidaan kuvata äärellisellä Fourierin sarjalla. Staattisesta FEM-laskentamallista tarkastellaan elementtijoukkoa, jolla on samat poikkileikkauskoordinaatit laskennan alussa. Näitä elementtijoukkoja ajatellaan jatkuvina kehäelementteinä, joiden jännitys- ja venymäprofiileja approksimoidaan Fourierin sarjalla.

Fourierin sarjakehitelmä yhtälöille (45) ja (46) voidaan kirjoittaa muodossa

$$\sigma(\theta) = a_0^\sigma + \sum_{n=1}^N \{a_n^\sigma \cos(n\theta) + b_n^\sigma \sin(n\theta)\} \quad (48)$$

ja

$$\epsilon(\theta) = a_0^\epsilon + \sum_{n=1}^N \{a_n^\epsilon \cos(n\theta) + b_n^\epsilon \sin(n\theta)\} \quad (49)$$

joissa a on Fourierin sarjan parillinen ja b pariton termi, n sarjan termi ja N termien määrä. Yhtälöissä aika on korvattu kulmalla θ , joka on kehänsuuntainen paikkakoordinaatti. Otetaan käyttöön merkinnät

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \phi_n = \tan^{-1}\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$$

joiden avulla venymäprofiili voidaan kirjoittaa muotoon

$$\varepsilon(\theta) = a_0^\varepsilon + \sum_{n=1}^N \{A_n^\varepsilon \sin(n\theta + \phi_n^\varepsilon)\} \quad (50)$$

ja sen kanssa eri vaiheessa oleva jännitysprofiili muotoon

$$\hat{\sigma}(\theta) = a_0^\sigma + \sum_{n=1}^N \{A_n^\sigma \sin(n\theta + \phi_n^\sigma + \delta_n)\} \quad (51)$$

Yhtälöiden (50) ja (51) avulla voidaan yhden kehäelementtijoukon dissipaatioenergia kirjoittaa muotoon

$$E_d = \sum_{n=1}^N [\pi \cdot n \cdot V \cdot A_n^\sigma \cdot A_n^\varepsilon \cdot \sin(\phi_n^\sigma - \phi_n^\varepsilon - \delta_n)] \quad (52)$$

Koko laskentamallin dissipaatioenergia voidaan laskea kaavalla

$$E_D = \sum_{l=1}^{nel} \sum_{m=1}^6 \sum_{n=1}^N [\pi \cdot n \cdot V_l \cdot A_{lmn}^\sigma \cdot A_{lmn}^\varepsilon \cdot \sin(\phi_{lmn}^\sigma - \phi_{lmn}^\varepsilon - \delta_{lmn})] \quad (53)$$

jossa nel on kehäelementtien määrä ja m jännitys- ja venymäkomponentin indeksi. Vierinvastusvoimaa varten on laskettava vierintäkehä kaavalla

$$L = 2\pi[k(R_1 - R_0) + R_0] \quad (54)$$

jossa R_0 on renkaan kuormittamaton ja R_1 kuormitettu säde. Kerroin k määritellään empiirisesti ja sen arvo on välillä $0 \dots 1$. Sijoittamalla kaavoilla (53) ja (54) lasketut arvot kaavaan (44) voidaan laskea hystereesihäviöiden aiheuttama vierinvastusvoima.

Hystereesihäviön määräävä kerroin δ ei ole materiaalille vakio, vaan se riippuu lämpötilasta, venymän määrästä ja kuormituksen taajuudesta. Materiaalimittaukset tehdään tyyppillisesti useissa eri lämpötiloissa ja muuttuvalla venymällä. Yhdellä kuormitustaajuudella suoritettujen mittausten tulosten avulla voidaan laskea arvot eri taajuuksille kaavalla (Hall, 2001, s. 535; Ngai *ym.*, 2005, s. 197)

$$\log_{10} \frac{f}{f_1} = -\frac{c_1(T - T_0)}{c_2 + T - T_0} \quad (55)$$

joka tunnetaan Williams-Landel-Ferryn kaavana. Kaavassa c_1 ja c_2 ovat empiiriset vakiot.

Kun renkaan kehänsuuntaiset lämpötilagradientit oletetaan pieniksi, voidaan käyttää kolmiulotteisen laskentamallin perusteella luotavaa kaksiulotteista lämmönsiirtomallia.

Lämmönsiirtomallin avulla iteroidaan elementtikohtaiset lämpötilat, joilla termodynaaminen tasapaino toteutuu. Mallissa määritellään reunaehdoiksi konvektiivinen lämmönsiirto renkaan ulko- ja sisäpinnasta, lämmön johtuminen vanteeseen sekä materiaalikoh-
taiset lämmönsiirtokertoimet. (Hall, 2001, s. 537).

Clark ym. (1988) tutkimuksen tulosten perusteella renkaan pinnan konvektiiviselle lämmönsiirtokertoimelle 80 km/h pyörimisnopeudella voidaan käyttää arvoa

$$h_T = 60 \dots 80 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Renkaan sisäpinnan sekä kaapelin alueella lämmönsiirtokertoimelle voidaan käyttää arvoja

$$h_B = h_C = 0,4h_T$$

Renkaan sivupinnassa lämmönsiirtokerroin voidaan olettaa muuttuvaksi lineaarisesti arvosta h_B arvoon h_T .

4. LASKENNALLINEN OSUUS

Tässä työssä renkaan mallinnukseen käytetään Abaqus/CAE ohjelmistoa. Mallin laskentaan käytetään implisiittistä Abaqus/Standard ratkaisijaa. Aluksi renkaasta tehdään aksisymmetrinen laskentamalli renkaan rakennekuvaa hyödyntäen. Ratkaistun aksisymmetrisen mallin pohjalta luodaan kolmiulotteinen laskentamalli.

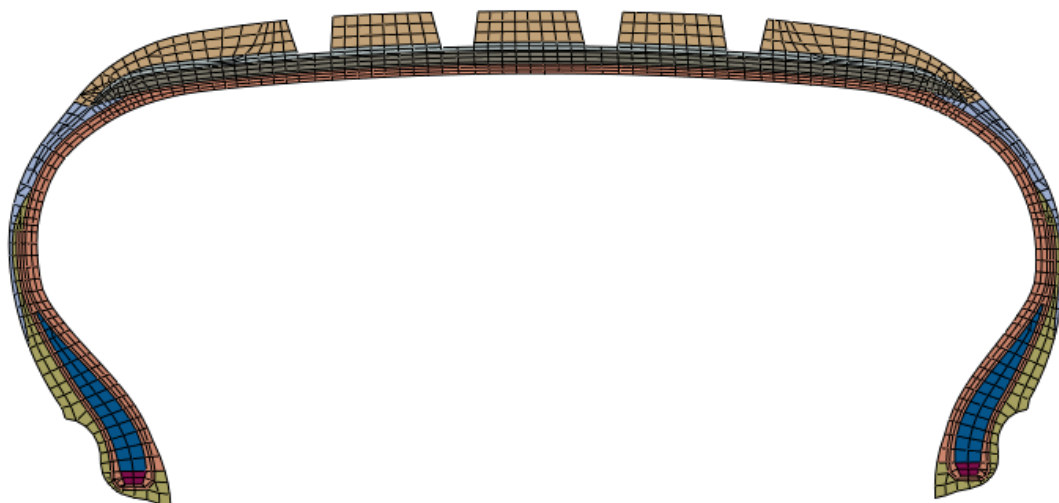
4.1 Renkaan mallintaminen

Elementtiverkko on ratkaisevassa asemassa laskentanopeuden ja tulosten oikeellisuuden kannalta. Ratkaistaessa tehtäviä epälineaarisella elementtimenetelmällä on suositeltavaa käyttää lineaarisia elementtejä. Ne ovat luotettavia ja nopeita ratkaistaessa suuria muodonmuutoksia ja kontakteja sisältäviä laskentamalleja. Epälineaarisessa laskentamallissa elementtiverkon on oltava tiheämpi kuin lineaarisessa mallissa. Tällöin lineaarisia elementtejä käyttämällä saadaan kohtuullisen tarkkoja tuloksia. (Gent, 2012, s. 316) Renkaan kolmiulotteisen laskentamallin elementtiverkossa on satoja tuhansia elementtejä, joten laskenta on pidettävä mahdollisimman tehokkaana laskenta-aikojen kohtuullisena pitämiseksi.

Teräsvöiden, koordien ja JLB:n vahvikelangoissa sekä kaapeleissa on käytetty lineaarisesti elastista materiaalmallia. Näiden materiaalmallia varten tarvitsee määritellä kimmo kerroin ja Poissonin vakio. Nämä elementit on asetettu kantamaan ainoastaan vahvikelankoihin nähden pituussuuntaista vetokuormitusta. Kumikomponenttien elementeille valitaan hyperelastinen Mooney-Rivlinin materiaalmalli. Materiaalmallia varten määritellään mittausdatan perusteella lasketut materiaaliparametrit C_{10} , C_{01} ja D_1 . Abaqus/CAE kykenee määrittelemään materiaalivakiot myös suoraan mittausdatasta.

4.1.1 Aksisymmetrinen malli

Renkaan aksisymmetrisellä laskentamallilla simuloidaan renkaan paineistamista ja sen asettumista vanteelle. Renkaan aksisymmetrinen laskentamalli on havainnollistettu kuvassa 7.



Kuva 7. Renkaan aksisymmetrinen laskentamalli

Kuvassa 7 renkaan eri materiaalit ovat kuvattu eri väreillä. Renkaan aksisymmetrisessä laskentamallissa käytetyt elementit ovat esiteltynä taulukossa 2.

Taulukko 2. Aksisymmetrisessä laskentamallissa käytetyt elementtityypit

| | |
|---------|--|
| CGAX4R | Nelisolmuinen bilineaarinen aksisymmetrinen solidielementti, redusoitu integrointi ja nollaenergiamuotojen stabilointi, kiertymävapausasteella |
| CGAX3 | Kolmisolmuinen lineaarinen aksisymmetrinen solidielementti, kiertymävapausasteella |
| SFMGAX1 | Kaksisolmuinen lineaarinen aksisymmetrinen pintaelementti, kiertymävapausasteella |

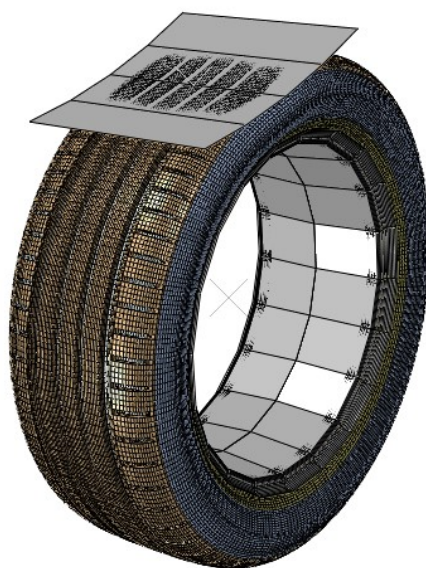
Kumikomponenttien verkotuksessa on pyritty käyttämään mahdollisuuksien mukaan nelikulmaisia solidielementtejä (CGAX4R). Kolmioelementtejä (CGAX3) on käytetty paikoissa, joihin ei nelikulmaisia elementtejä voida laittaa yksityiskohtaisten piirteiden takia. Niitä tulisi välttää, koska ne ovat liian jäykkiä ja hitaasti konvergoivia. (*Abaqus 6.14 Documentation*, 2014) Lähes kokoonpuristumatonta materiaalimallia käytettäessä virhe on erityisen merkittävä (Benzley *ym.*, 1995).

JLB:n, koordien ja teräsvöiden vahvikekuidut ovat mallinnettu aksisymmetrisessä mallissa SFMGAX1-elementeillä. Valmistusprosessista aiheutuva teräsvöiden ja JLB:n esi-jännitys on lisätty näihin elementteihin.

Teräsvöiden kulman takia on huomioonotettava renkaan kiertymä (*twist*). Tästä syystä aksisymmetrisessä mallissa on käytetty kiertymävapausasteellisia elementtejä. Näissä elementeissä on sallittu kiertymä symmetria-akselin suhteen.

4.1.2 Kolmiulotteinen malli

Renkaan ja tien välisen kosketuksen simulointia varten on renkaasta tehtävä kolmiulotteinen malli. Kolmiulotteinen malli luodaan ratkaistun aksisymmetrisen mallin pohjalta tarkoituksenmukaisella skriptillä. Hyödynnettäessä aksisymmetrisen mallin deformatiivista tilaa kolmiulotteisen mallin perustana, saadaan renkaan pystysuuntaisten kuormituksen tulokset laskettua nopeammin (Korunović *ym.*, 2007, s. 91). Kolmiulotteisen laskentamallin luova skripti luo tiheämmän elementtiverkon renkaan ja tien välisen kontaktipinnan läheisyyteen ja harvemman verkon muualle, jossa muodonmuutokset ovat vähemmän merkittäviä.



Kuva 8. Renkaan kolmiulotteinen laskentamalli

Kuvassa 8 hopeanväriset pinnat kuvaavat vannetta sekä rumpua, jolla rengasta painetaan kasaan. Kolmiulotteisessa mallissa käytetyt kolmiulotteiset elementtityypit ovat esiteltynä taulukossa 3.

Taulukko 3. Kolmiulotteisessa laskentamallissa käytetyt elementtityypit

| | |
|---------|---|
| C3D8R | Kahdeksansolmuinen lineaarinen kuutioelementti, redusoitu integrointi ja nollaenergiamuotojen stabilointi |
| C3D6 | Kuusisolmuinen lineaarinen kiilaelementti |
| SFM3D4R | Nelisolmuinen pintaelementti, redusoitu integrointi ja nollaenergiamuotojen stabilointi |

Aksisymmetrisen mallin lineaariset kolmioelementit periytyvät kolmiulotteiseen malliin lineaarisiksi kuusisolmuiseksi kiilaelementeiksi. Nämä elementit konvergoivat hitaasti ja antavat vastaaviin kuutioelementteihin nähden epätarkkoja tuloksia, joten niiden käyttöä on syytä välttää varsinkin laskennan kannalta merkittävissä paikoissa. (Abaqus 6.14 Documentation, 2014)

Renkaan pintakuvioiden yksityiskohtainen mallintaminen laskentaa varten ei ole tarpeellista. Yksityiskohtainen mallintaminen lisääisi laskenta-aikaa huomattavasti eikä se parantaisi tulosten luotettavuutta. (Korunović, 2007, s. 88–89) Laskentamallissa pintakuviointi mallinnetaan poistamalla elementtejä renkaan pintakomponentista. Tällöin uran täytökset ja pyöristykset jäävät pois laskentamallista.

4.1.3 Kokoonpuristumattomuus

Kuten kappaleessa 3.4 todettiin, voidaan kokoonpuristumattoman aineen analyyseissa syntyviä ongelmia ratkaista joko redusoidulla integroinnilla tai hybridielementeillä. Pääsääntönä voidaan pitää, että täysin kokoonpuristumattomaksi määritellylle materiaalille on käytettävä hybridielementtejä. Lähes kokoonpuristumattomille materiaaleille sen sijaan suositellaan ali-integroitavia tavallisia elementtejä. (*Abaqus 6.14 Documentation*, 2014) Tämän työn analyyseissä kumi määritellään lähes mutta ei täysin kokoonpuristumattomaksi, joten sen mallinnuksessa käytetään ali-integroituja elementtejä.

Lineaarisille ali-integroiduille elementeille Abaqus/Standard käyttää valikoivaa ali-integrointia, jossa deviatorinen osa integroidaan täysin ja volumetrinen redusoidusti. Ali-integrointia voidaan käyttää vain neli- ja kahdeksansolmuisille elementeille. Kolmio-, tetraedri- ja kiilaelementeille on tehtävä täysi integrointi. (*Abaqus 6.14 Documentation*, 2014)

4.1.4 Kontaktireunaehdot

Kun mallinnetaan renkaan ja vanteen välisiä rajapintoja sekä renkaan pystysuuntaista kuormitusta, on määriteltävä kontaktireunaehdot. Laskentamalleissa rengas on kontaktissa vanteen ja pystysuuntaisesti rengasta kuormittavan pinnan kanssa. Sekä vanne että pystysuuntaisesti rengasta kuormittava pinta ovat renkaaseen verrattuna hyvin jäykkiä, joten ne voidaan mallintaa jäykkinä, deformatumattomina pintoina. Analyyttiset jäykät pinnat ovat laskennan kannalta tehokkaampia kuin deformatuvat pinnat, joten niitä on suositeltavaa käyttää mahdollisuuksien mukaan. (*Abaqus 6.14 Documentation*, 2014)

Tämän työn laskentamalleissa kaikki kontaktit ovat kovia, vaimentamattomia kontakteja joissa liukumus oletetaan suuriksi. Diskretoitaessa kontakti kovaksi STS-kontaktiksi, käyttää Abaqus/Standard normaalin suuntaisten kontaktiehtojen ratkaisemiseen sakkomenetelmää. Kun kontakti määritellään NTS-kontaktiksi, käyttää ratkaisija niihin Lagrangen kertoimien menetelmää. Kitkallisen kontaktin tangentiaaliset rajoitusehdot ratkaistaan molemmissa tapauksissa oletusarvoisesti sakkomenetelmällä. (*Abaqus 6.14 Documentation*, 2014)

Aksisymmetrisessä mallissa renkaan ja vanteen välinen kontakti määritellään kitkattomaksi, koska kitkan huomioon ottaminen ei toisi lisäarvoa. Kolmiulotteisessa mallissa puolestaan renkaan ja vanteen välinen kitkakerroin määritellään suureksi ($\mu = 1$), jolloin

rengas ei pääse luistamaan vanteelta. Renkaan ja rummun väliseksi kitkakertoimeksi valitaan kumin ja teräksen välisen kitkakertoimen arvo, jonka suuruus on väliltä $\mu_f = 0,15 \dots 0,65$ (Wriggers, 2006, s. 78). Yhtäkkinen muutos takertumis- ja liukumati-
lan välillä voi aiheuttaa konvergointiongelmia. Niiden välttämiseksi määritellään kontak-
tiehtoihin elastinen liukuma (*elastic slip*), joka sallii pintojen pienen suhteellisen liikkeen
pintojen ollessa tarkertumistilassa.

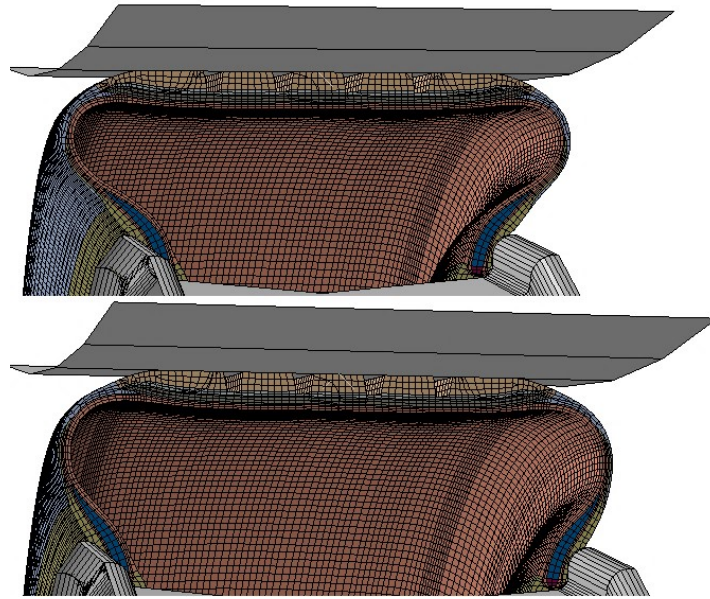
Rengasta pystysuuntaisesti kuormittavan pinnan ja renkaan välinen kontakti diskretoi-
daan STS-kontaktiksi. Tällä tavalla saadaan todenmukaisempi renkaan footprintin pinta-
painejakauma kuin NTS-kontaktia käyttämällä. Tämä pintapainejakauma eli *footprint* on
renkaan suunnittelun kannalta merkittävä tekijä, koska se vaikuttaa muun muassa renkaan
pito-ominaisuuksiin ja kulumiseen. Vanteen ja renkaan väliset kontaktit määritellään
NTS-kontakteiksi. Kolmiulotteisen laskentamallin kontaktien automaattinen luonti on
varmempaa, kun käytetään STS-kontaktin sijaan NTS-kontaktia. NTS-kontaktin perus-
teella määriteltä pinta-
painejakauma ei ole kovin todenmukainen, mutta sen merkitys van-
teen ja renkaan rajapinnassa on vähäinen.

4.2 Työssä tehdyt laskennat

Työssä tehtiin erilaisia laskentamalleja, joissa muutettiin pitkittäisurien paikkoja, pinnan
kaarevuussädettä ja käytettävän vanteen leveyttä. Laskennassa parametrien muuttamisen
vaikutuksia tutkittiin käyttämällä samaa laskentamallia, tapauksesta riippuen muokkaa-
malla joko elementtiverkkoa tai reunaehtoja. Mikäli mallit olisi luotu alusta asti uudel-
leen, olisivat eroavaisuudet elementtiverkossa aiheuttaneet epävarmuutta tuloksiin. Tä-
män lisäksi siihen olisi mennyt huomattavasti enemmän aikaa.

4.2.1 Vanneleveyden tutkiminen

Eri levyiselle vanteelle asetetun renkaan laskentamalli luotiin muuttamalla vanteen mit-
toja. Rengas mallinnettiin mukaillen kokeita varten hankitun *Nokian Nordman*
SX2 205/55R16 94H XL –renkaan rakennetta ja materiaaleja. Renkaan laskentaverkko
pysyi muuttumattomana. Laskentamallit ovat havainnollistettuna kuvassa 9.



Kuva 9. Eri levyiselle vanteelle asetetun renkaan 3D-laskentamallien poikkileikkaukset

Rengas mallinnettiin asettuvaksi vanteille, joiden leveydet valittiin puolen tuuman välein koosta 6” kokoon 8”. Kuormaksi asetettiin ISO 28580:2009 -standardin mukaista vierinvastusmittausta vastaava kuorma, joka vastaa 80 prosenttia renkaan kuormankantokyvystä. Tutkittava rengas on kooltaan 205/55R16 ja sen rakennetta on vahvistettu, jolloin sen standardin mukainen kuormankantokyky on 615 kg (*E.T.R.T.O Standards Manual*, 2016). Tällöin standardin mukainen kuorma on 5258 N ja täyttöpaine 2,5 bar.

Renkaan staattisen laskentamallin tuloksiin sovellettiin kappaleen 3.6 laskentamenetelmää. Laskennan tulokset on koottu alla olevaan taulukkoon.

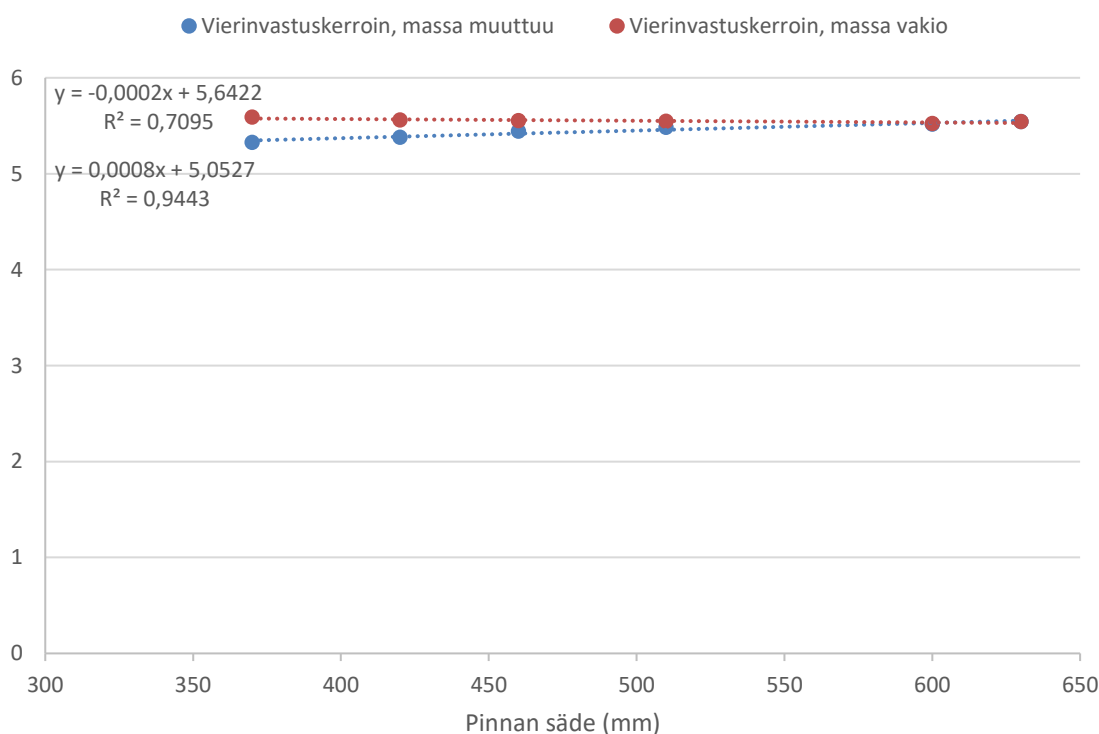
Taulukko 4. Laskennalliset vierinvastuksen arvot eri levyisille vanteille asetetulle renkaalle

| Vanneleveys | 6” | 6,5” | 7” | 7,5” | 8” |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Vierinvastusvoima (N) | 37,65 | 37,03 | 36,56 | 36,16 | 35,37 |
| Vierinvastuskerroin | 7,16 | 7,04 | 6,95 | 6,88 | 6,73 |

Laskentatulosten perusteella leveämmälle vanteelle asetetulla renkaalla on pienempi vierinvastus kuin kapeammalle vanteelle asetetulla renkaalla. Laskentatulosten verifiointi kokeellisesti käsitellään luvussa 5.

4.2.2 Pinnan kaarevuussäteen tutkiminen

Pinnan kaarevuussäteen (Kuva 3) vaikutusta vierinvastukseen tutkittiin muokkaamalla renkaan aksisymmetristä laskentaverkkoa. Muokkaus tapahtui poistamalla renkaan olkapäiltä materiaalia, jolloin pinnan kaarevuussäde pieneni. Näiden laskentamallien ratkaisemisen jälkeen samoja malleja muokattiin niin, että pintakomponentin poikkipinta-ala muuttuu alkuperäisen laskentamallin mukaiseksi pinnan kaarevuussäteen pysyessä vakiona. Näin saatiin poissuljettua renkaan massan vähenemisestä aiheutuvat muutokset vierinvastuksessa ja tutkittua pelkkää pinnan kaarevuussäteen vaikutusta. Laskentojen tulokset ovat havainnollistettuna kuvan 10 diagrammissa. Renkaan pinnassa on tunnetusti useita eri kaarevuussäteitä. Diagrammin kaarevuussäde onkin viitteellinen, pinnan keskimääräistä kaarevuussädettä kuvaava parametri.



Kuva 10. Renkaan laskennallinen vierinvastuskerroin pinnan säteen funktiona

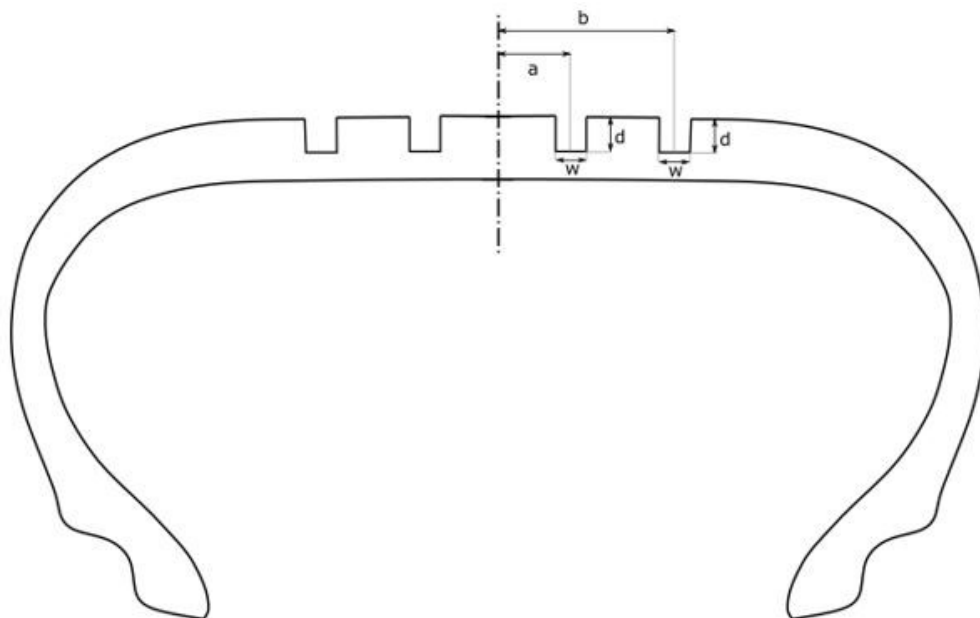
Ylläolevassa diagrammissa on kuvattu sinisellä tulokset laskennoista, kun renkaan pinnan kaarevuussädettä pienennettiin poistamalla materiaalia sen olkapäiltä. Näistä tuloksista ei voida tehdä päätelmiä renkaan säteen vaikutuksesta, koska vierinvastuksen arvoon on vaikuttanut renkaan materiaalin vähenemien. Diagrammiin on vastaavasti kuvattu punaisella, kun renkaan säde muuttuu sen massan pysyessä vakiona.

Pinnan kaarevuussäteen kasvattamisella näyttäisi olevan vierinvastusta laskeva vaikutus, mikäli renkaan massa pysyy vakiona. Erot laskennassa ovat pieniä, mutta korrelaatio on

vahva. Todennäköisyys, että kuusi korreloimatonta parametria antavat korrelaatiokertoimeksi $R^2 \geq 0,7095$ on 3,53 prosenttia (Taylor, 1997, s. 290). Korrelaatiota voidaan näin ollen pitää vahvana. Shida ym. tutkimuksessaan (1999) havaitsivat pinnan kaarevuussäteen olevan vierinvastuksen kannalta merkittävämpi tekijä kuin tämän työn tulokset antavat olettaa. Tarkempi tutkimustulosten vertailu ei tässä yhteydessä ole mahdollista, sillä edellä mainitussa tutkimuksessa tutkittava rengas oli eri kokoinen eikä sen geometriasta tai materiaaleista ole tietoa. Tutkimus on tämän lisäksi melko vanha. Tämän työn laskennan tulokset vastaavat kirjan *The Pneumatic Tire* (2005, s. 502) väittämää. Laskennan tuloksia ei tässä työssä kuitenkaan verifioida kokeellisesti. Laskennassa havaitut erot eivät ole kovinkaan suuria, joten niitä olisi vaikea havaita kokeellisesti. Pinnan säteen tutkiminen on vaativa prosessi, kuten kappaleessa 2.2.3 todettiin. Renkaan kaarevuussädettä voisi periaatteessa muokata poistamalla materiaalia renkaan olkapäiltä. Tällöin kuitenkin pinnan sädettä merkittävämpi vierinvastukseen vaikuttava tekijä olisi tämän työn laskentojen perusteella renkaan massan muuttuminen.

4.2.3 Pitkittäisurien paikan tutkiminen

Työssä tutkittiin myös pitkittäisurien paikan vaikutusta vierinvastukseen. Urien paikkoja muokattiin poistamalla elementtejä pintakomponentin elementtiverkosta. Tätä varten elementtiverkon oli koostuttava pintakomponentin osalta mahdollisimman yhdenmukaisista elementeistä, jolloin urien syvyydet ja leveydet pysyisivät laskentamalleissa elementtejä poistettaessa vakioina. Renkaaseen mallinnettiin neljä pitkittäisuraa symmetrisesti kuvan 11 mukaisesti.



Kuva 11. Renkaan pitkittäisurien parametrit

Eri urakonfiguraatioiden mitat sekä niiden laskennalliset vierinvastukset ovat allaolevassa taulukossa. Renkaiden urakonfiguraatiot hahmottuvat paremmin kuvasta 14 (s. 37).

Taulukko 5. Eri urakonfiguraatiolla olevien renkaiden pitkittäisurien parametrit sekä niiden laskennalliset vierinvastukset

| | Versio 1 | Versio 2 | Versio 3 | Versio 4 | Versio 5 |
|------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| a (mm) | 18 | 33 | 18 | 33 | 18 |
| b (mm) | 66 | 66 | 57 | 57 | 51 |
| w (mm) | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| d (mm) | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| Vierinvastus- voima (N) | 27,89 | 27,85 | 28,66 | 28,80 | 30,14 |
| Vierinvastus- kerroin | 5,64 | 5,63 | 5,79 | 5,82 | 6,10 |

Laskennan tuloksista voidaan havaita, että reunimmaisten pitkittäisurien paikalla on merkittävä vaikutus renkaan vierinvastukseen. Sen sijaan sisempien urien paikoilla ei laskentamallien mukaan ei ole merkittävää vaikutusta. Laskentamallien verifiointi kokeellisesti käsitellään luvussa 5.

5. KOKEELLINEN OSUUS

Laskentamallien tulosten paikkaansapitävyyttä tutkittiin tutkimalla vierinvastuksia kokeellisesti. Kokeissa käytettiin renkaiden vierinvastusmittausta koskevan ISO 28580:2009 -standardin mukaista mittaustapaa, jonka periaatteet kuvataan lyhyesti tässä luvussa. Tämän jälkeen käsitellään tämän mittausten suorittaminen sekä esitellään niiden tulokset. Mittausten luotettavuutta tutkitaan luvussa 6.

5.1 Mittausmenetelmä

Tässä työssä renkaan vierinvastusta mitattiin momenttimenetelmällä. Momenttimenetelmään perustuvassa vierinvastusmittauksessa rengas painetaan pyörivälle rummulle. Renkaan vierinvastus mitataan rummun pyöriytykseen tarvittavan vääntömomentin avulla. Mittalaitteisto on kuvattuna kuvassa 12.



Kuva 12. Vierinvastuksen mittaamiseen käytetty laitteisto

Vierinvastusvoima lasketaan kaavalla (s.11)

$$F_r = \frac{T_t}{R} - F_{pl} \quad (56)$$

jossa T_t on rummun pyörittämiseen tarvittava vääntömomentti, R rummun säde ja F_{pl} systeemin häviövoima (*parasitic loss*). Systeemin häviövoima johtuu laakerikitkasta, pyörivien kappaleiden ilmanvastuksista sekä muista systemaattisista häviötekijöistä. (s.2)

Standardin mukaiset testausolosuhteet kokeissa käytetyille renkaille on listattu taulukoon 6.

Taulukko 6. Standardin mukaiset vierinvastusmittauksen koeolosuhteet tämän työn kokeissa käytetyille renkaille (s.4-7)

| Pyörimisnopeus | Ympäristön lämpötila (t_{amb}) | Kuorma (maksimikantokyvyistä) | Renkaan täyttöpaine | Lämmitysajan pituus | Rummun minimisäde (R) |
|----------------|------------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|
| 80 km/h | 25 °C | 80 % | 250 kPa | 30 min | 0,85 m |

Ennen varsinaista mittausta on renkaalle tehtävä lämmitysajo. Useampia mittauksia samalle renkaalle tehtäessä lämmitysajan pituus voidaan lyhentää 10 minuuttiin, mikäli rengas on poissa rummulta alle 10 minuuttia. (s.15) Renkaan oikea täyttöpaine asetetaan ennen lämmitysajoa ja se kasvaa lämmitysajan aikana.

Systeemin häviövoima mitataan suorittamalla häviövoimakoe (*skim test*). Häviövoimakokeessa mitataan renkaan vapaaseen, luistottomaan pyörimiseen vaadittava vääntömomentti T_{tpl} . Kokeessa rengasta painetaan rummulle 100...200 N voimalla. Häviövoima lasketaan kaavalla (s.10)

$$F_{pl} = \frac{T_{tpl}}{R} \quad (57)$$

jonka avulla lasketaan vierinvastusvoima kaavasta (56). Jos ympäristön lämpötila poikkeaa standardin vaatimasta arvosta 25 °C, on laskettava lämpötilakorjattu vierinvastusvoima kaavalla (s. 13)

$$F_{r;25} = F_r [1 + K(t_{amb} - 25)] \quad (58)$$

jossa henkilöautonrenkaille käytetään kerrointa $K = 0,008$. Yleisesti vierinvastusta kuvataan vierinvastuskertoimella C_r , joka lasketaan kaavalla

$$C_r = 1000 \frac{F_{r;25}}{F_z} \quad (59)$$

jossa F_z on renkaan kuorma. Laitteiston mittausvirheen suuruus määritellään myöhemmin kappaleessa 6.1.

5.2 Vanneleveyden vaikutuksen tutkiminen

Kappaleessa 4.2.1 esiteltyjen laskentatulosten todenmukaisuutta tutkittiin kokeellisesti. Vierinvastusmittaukset tehtiin asentamalla rengas eri levyisille vanteille. Käyttämällä samaa rengasyksilöä poissuljettiin renkaiden yksilökohtaisista eroista johtuvat erot mittaus-tuloksissa.

Työssä vierinvastusmittaukset tehtiin Nokian Nordman SX2 205/55R16 –renkaalle, joka asennettiin 6”, 7” ja 8” alumiinivanteille (Kuva 13). Vanteiden leveydet valittiin tuuman välein. Tällöin oletettavasti havaittaisiin mittaustuloksissa riittävän suuret erot mittaus-tarkkuuteen nähden.



Kuva 13. Nokian Nordman SX2 205/55R16 –rengas asennettuna 6”, 7” ja 8” leveälle vanteelle

Rengas oli käyttämätön ennen kokeita. Ensin rengas asetettiin 6” vanteelle ja sen paine asetettiin standardin mukaiseksi. Renkaalle suoritettiin 30 minuutin lämmitysajo, jonka jälkeen vierinvastusmittaus tehtiin. Renkaan pintalämpötila mitattiin infrapunälämpömit-tarilla ennen mittausta ja välittömästi sen jälkeen. Lisäksi renkaan paine mitattiin vierin-vastusmittauksen jälkeen, sillä rengaspaine tunnetusti kasvaa renkaan lämmitessä.

Tämän jälkeen samat vaiheet toistettiin 7”, 8”, ja uudelleen 6” leveälle vanteelle. Läm-mitysajojen pituudet lyhennettiin 10 minuuttiin, sillä mittausten välillä olevat ajat olivat alle 10 minuuttia. 6” vanteelle tehdyn uusintamittauksen avulla tutkittiin, onko lyhenne-tyllä lämmitysajolla aikana vaikutus mittaustulokseen. Kokeen mittaustulokset on kerätty taulukkoon 7. Kokeessa käytetyn rummun säde on 1,0 m, joten laitteiston newtonmetreinä antamat tulokset voidaan suoraan ilmoittaa newtoneina. Mittaukset on numeroitu suorit-tamisjärjestyksen perusteella tulosten käsittelyn helpottamiseksi.

Taulukko 7. Erilevyisille vanteille asennettun renkaan vierinvastusmittausten tulokset

| Koe | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|-----------|-----------|------------|-----------|
| Vanneleveys | 6" | 7" | 8" | 6" |
| Lämmitysajon pituus (min) | 30 | 10 | 10 | 10 |
| Ympäristön lämpötila (°C) | 24,7 | 25,0 | 24,8 | 24,9 |
| Täyttöpaine (bar) | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 |
| Pinnan lämpötila alussa (°C) (olkap./kesk.) | 22,6/22,6 | 33,5/32,5 | 35,0 /33,5 | 35,0/33,5 |
| Pinnan lämpötila testin jälkeen (°C) | 43,0/39,5 | 41,0/38,2 | 41,0/38,0 | 41,5/39,0 |
| Rengaspaine testin jälkeen (bar) | 2,6885 | 2,5873 | 2,5796 | 2,5992 |
| Renkaan painauma (mm) | 9,98 | 9,81 | 9,65 | 10,09 |
| Mitattu kuorma (N) | 5241,07 | 5254,15 | 5254,53 | 5268,96 |
| Häviövoimatestin kuorma (N) | 150,16 | 151,65 | 151,49 | 274,36 |
| Kokonaisvastusvoima (N) | 78,62 | 79,16 | 78,49 | 79,57 |
| Systeemin häviövoima (N) | 32,37 | 32,25 | 32,21 | 32,60 |
| Vierinvastusvoima (N) | 46,25 | 46,91 | 46,28 | 46,97 |
| Vierinvastuskerroin | 8,82 | 8,93 | 8,81 | 8,91 |
| Lämpötilakorjattu vierinvastuskerroin | 8,80 | 8,94 | 8,79 | 8,90 |
| Vierinvastuskerroin, FEM | 7,16 | 6,95 | 6,73 | 7,16 |

Mittaustuloksista voidaan havaita kokeen 1 ja 4 tuloksilla olevan merkittävä ero. Kokeissa 2, 3 ja 4 ovat mittausten jälkeiset rengaspaineet hyvin lähellä toisiaan, kun taas kokeessa 1 se on huomattavasti korkeampi. Kokeen 4 tulos on siis kokeen 1 tulosta vertailukelpoisempi muiden mittausten kanssa.

Kokeen 4 tuloksissa on huomioitava, että häviövoimatestin kuorma on suurempi kuin kokeessa 1. Tästä syystä myös mitatuissa systeemin häviövoimissa on eroja, vaikka niiden täytyisi olla samat. Mittausten virhearviointia ja luotettavuutta käsitellään lisää luvussa 6.

5.3 Pitkittäisurien vaikutuksen tutkiminen

Koetta varten hankittiin viisi kappaletta kokoa 205/55R16 olevaa pintakuvioimatonta renkasta. Tuotantoerästä valittiin renkaat, joiden laadunvarmistusmittaustulokset ovat mahdollisimman lähellä toisiaan. Näin pyrittiin minimoimaan renkaiden yksilöllisistä eroista johtuvat erot vierinvastuksissa. Renkasiin leikattiin pitkittäisurat käsin kuumapuukolla taulukon 5 mittojen mukaisesti. Kokeissa käytetyt renkaat ovat kuvassa 14.



Kuva 14. Kuumapuukkoleikatut renkaat, versiot 1-5 vasemmalta oikealle

Renkaat asetettiin jokainen omalle vanteelleen. Vanteina käytettiin 6,5” leveitä teräsvan-teita. Rengaspaineet säädettiin mittauksen alussa ja ne tarkastettiin mittauksen lopussa. Jokaista mittausta edelsi 30 minuutin lämmitysajo. Mittausten tulokset ovat taulukossa 8.

Taulukko 8. Vierinvastusmittausten tulokset kuumapuukkoleikatuille renkaille

| Versio | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Lämmitysajon pituus (min) | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 |
| Ympäristön lämpötila (°C) | 24,8 | 24,7 | 24,7 | 24,7 | 24,7 |
| Täyttöpaine (bar) | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 |
| Rengaspaine mittauksen jälkeen (bar) | - | 2,715 | 2,720 | 2,723 | 2,715 |
| Mitattu kuorma (N) | 5254,48 | 5256,26 | 5255,93 | 5255,54 | 5254,29 |
| Häviövoimatestin kuorma (N) | 150,52 | 151,99 | 150,44 | 150,89 | 150,61 |
| Kokonaisvastusvoima (N) | 71,85 | 71,33 | 71,76 | 71,53 | 72,06 |
| Systeemin häviövoima (N) | 30,06 | 29,55 | 29,02 | 28,70 | 28,52 |
| Vierinvastusvoima (N) | 41,79 | 41,78 | 42,74 | 42,83 | 43,54 |
| Vierinvastuskerroin | 7,953 | 7,949 | 8,132 | 8,149 | 8,287 |
| Lämpötilakorjattu vierinvastuskerroin | 7,941 | 7,937 | 8,117 | 8,125 | 8,265 |
| Vierinvastuskerroin, FEM | 5,64 | 5,63 | 5,79 | 5,82 | 6,10 |

Ensimmäisen mittauksen jälkeistä rengaspainetta ei mitattu, mutta eroavaisuudet paineissa ovat muiden mittausten tulosten perusteella merkityksettömän pienet. Tuloksista voidaan huomata laskennallisesti ja kokeellisesti määritellyillä vierinvastuksella olevan samankaltaiset trendit. Laskennallisten ja kokeellisesti määriteltyjen vierinvastusten erotukset näyttäisivät olevan kaikilla koerengailla samaa suuruusluokkaa. Tulosten luotettavuutta ja virhearviointia käsitellään myöhemmin luvussa 6.

6. VIRHEARVIOINTI

Mittaustulosten luotettavuutta heikentää mittalaitteiston epätarkkuudesta johtuva mitausvirhe sekä muut mittauksen epätarkkuustekijät. Mittaustulosten luotettavuuden lisäksi tässä luvussa tarkastellaan laskennallisesti ja kokeellisesti määriteltyjen vierinvasituksen eroja ja niiden syitä.

6.1 Mittausepätarkkuus

Tässä työssä mittausten luotettavuutta arvioidaan laskemalla mitatulle suurelle maksimivirhe mittalaitteiston toleranssien perusteella. Mikäli mittausdataa olisi enemmän saatavilla, voitaisiin mittausten luotettavuutta arvioida tilastollisesti. Tilastollisen tarkastelun avulla voitaisiin arvioida mittauksen satunnaista vaihtelua, mutta ei ottaa kantaa sen systemaattisiin virheisiin.

Mittauksen epätarkkuuden aiheuttama maksimivirhe voidaan laskea differentiaalimenetelmällä, jos mittausarvot ja niiden virheiden ylärajat tiedetään. Maksimivirheen kaava funktiolle f ja sen toisistaan riippumattomille parametreille x_i on yleisessä muodossa (Taylor, 1997, s. 75)

$$\Delta f = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \quad (60)$$

jossa n on funktion parametrien määrä ja Δx_i funktion parametrin maksimivirhe. Tässä työssä on tehty oletus, että mittalaitteiden mitaamat suureet ovat riippumattomia toisistaan. Tällöin kaavaa (60) voidaan soveltaa mitausvirheen ylärajan laskemiseen.

Standardin mukaiset mittaustoleranssit sekä työn mittauksessa käytettävien mittalaitteiden toleranssit ovat taulukossa 9. Momenttien mittauksessa käytettiin *KiTorq 4550A1K0* –momentinmittausyksikköä, jonka mittaalue on 0...1000 Nm ja tarkkuusluokka 0,05 (*KiTorq Rotor Torque Measuring Unit data sheet*, 2011). Tarkkuusluokka 0,05 tarkoittaa, että mittaustuloksen maksimivirhe mittaalueella on 0,05 % mittaalueen maksimiarvosta (Czichos *ym.*, 2011, s. 69) eli tässä tapauksessa $\pm 0,5$ Nm. Voiman mittaukseen käytettiin *RoaDyn P530* –mittausnapaa. Sen mittaustarkkuudeksi on ilmoitettu $\pm 0,5$ % mittaalueen maksimiarvosta eli ± 10 N mittaalueen ylärajan ollessa 20 kN. (*RoaDyn® P530 data sheet*, 2013). Lämpömittarin tarkkuudeksi on arvioitu vähintään $\pm 0,2$ °C.

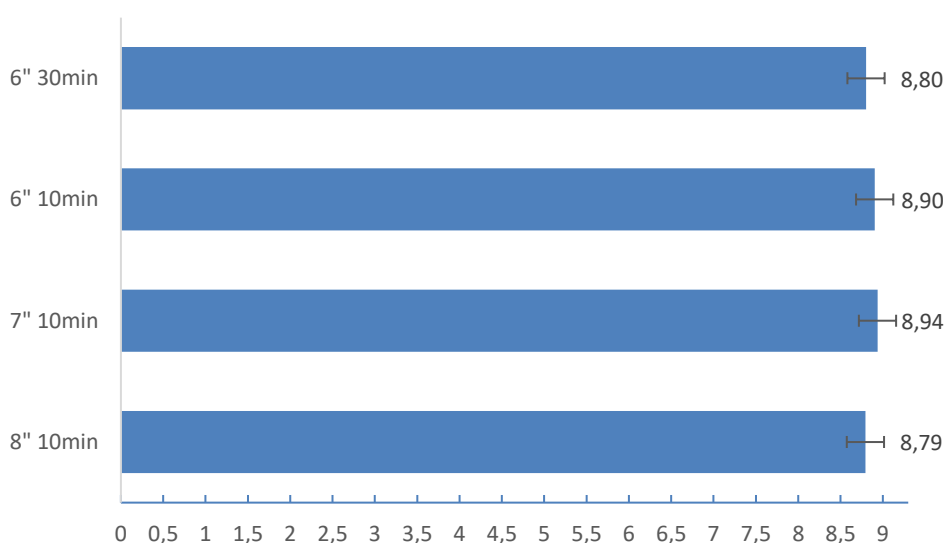
Taulukko 9. Työssä käytettyjen sekä standardin mukaisten mittalaitteiden toleranssit

| Suure | Tarkkuus, standardi | Tarkkuus, työssä käytetty |
|--------------------|--|------------------------------------|
| Kuorma | $\pm 10 \text{ N}$ tai $\pm 0,5 \%$ (suurempi) | $\pm 10 \text{ N}$ |
| Momentti, tot. | $\pm 0,5 \text{ Nm}$ tai $\pm 0,5 \%$ (suurempi) | $\pm 0,5 \text{ Nm}$ |
| Momentti, skimtest | $\pm 0,5 \text{ Nm}$ tai $\pm 0,5 \%$ (suurempi) | $\pm 0,5 \text{ Nm}$ |
| Lämpötila | $\pm 0,2 \text{ }^{\circ}\text{C}$ | $\pm 0,2 \text{ }^{\circ}\text{C}$ |

Käyttämällä mittaustuloksia ja standardin mukaisia toleransseja, saadaan kaavaa (60) käyttämällä vierinvastuskertoimen absoluuttisen virheen ylärajaksi $\Delta C_r = 0,24 \dots 0,25$. Työssä käytetyillä mittauslaitteilla saadaan vastaavasti absoluuttisen virheen ylärajaksi $\Delta C_r \approx 0,22$, jonka osuus mitatuista vierinvastuksista on $2,2 \dots 2,5 \%$. Liitteessä A on käsitelty tarkemmin kaavaan (60) perustuva maksimivirheen laskeminen.

6.2 Vanneleveyskokeen virhetarkastelu

Vanneleveyden vaikutusta tutkivassa kokeessa mitatut lämpötilakorjatut vierinvastukset ovat havainnollistettu kuvan 15 diagrammissa. Kuvassa on myös havainnollistettu mittalaitteiston epätarkkuudesta johtuvan virheen suuruus.

**Kuva 15.** Eri levyisille vanteille asennetun renkaan mitatut lämpötilakorjatut vierinvastuskertoimet mittaustoleransseineen

Kokeessa 1 rengas oli täytettäessä huoneenlämpöinen, kun taas muissa kokeissa renkaan lämpötila oli täyttöhetkellä tätä korkeampi. Ensimmäisen kokeen lämmitysajo oli muiden kokeiden lämmitysajoja pidempi. Näistä syistä ensimmäisessä kokeessa renkaan lämpötilaero ennen koetta ja sen jälkeen on suurempi kuin jälkimmäisissä kokeissa. Tästä syystä

myös rengaspaine kasvoi suuremmaksi kokeessa 1 kuin muissa kokeissa. Korkeammalla renkaan täyttöpaineella on tunnetusti vierinvastusta alentava vaikutus.

Rengaspaineen, kuorman ja pyörimisnopeuden vaikutusta vierinvastukseen voidaan tutkia empiirisellä kaavalla (Jazar, 2017, s. 70)

$$C_{rr} = \frac{K}{1000} \left(5,1 + \frac{5,5 \cdot 10^5 + 90F_z}{p} + \frac{1100 + 0,0388F_z}{p} v_x^2 \right) \quad (61)$$

jossa K on jokin empiirinen vakio, F_z renkaan pystysuuntainen kuorma, v_x renkaan pyörimisnopeus ja p renkaan täyttöpaine. Kaavassa käytetään yksiköiden [N], [Pa] ja [m/s] mukaisia dimensiottomia arvoja. Kaavan perusteella kokeiden 1 ja 4 rengaspaineiden ja kuorman muutoksen pitäisi aiheuttaa 1,7 % suuruinen kasvu vierinvastuksessa. Käyttämällä kokeiden 1 ja 4 häviövoimien keskiarvoa niiden vierinvastuksen laskentaan, on kokeen 4 vierinvastus 1,7 % suurempi kuin kokeen 1. Kaava (61) näyttäisi tämän perusteella olevan käyttökelpoinen, kun vertaillaan eri parametreilla mitattuja vierinvastuksia keskenään. Yhden mittaustuloksen perusteella kaavaa ei kuitenkaan voida todeta luotettavaksi, varsinkaan kun mittalaitteiston maksimivirhe on suurempi kuin mitattu ero.

Mittaustuloksista voidaan havaita, että häviövoimatestin kuorma on huomattavasti suurempi kokeessa 1 kuin kokeessa 4. Tämä aiheutti eroavaisuuden häviövoimien suuruudelle, vaikka niiden pitäisi olla samat. Mikäli kokeen 4 vierinvastus lasketaan kokeen 1 häviövoimalla, saadaan vierinvastuksen arvoksi kokeiden 2 ja 3 tuloksia suurempi arvo. Tällöin kokeellisesti ja laskennallisesti määriteltujen vierinvastusten suuruusjärjestykset vastaisivat toisiaan.

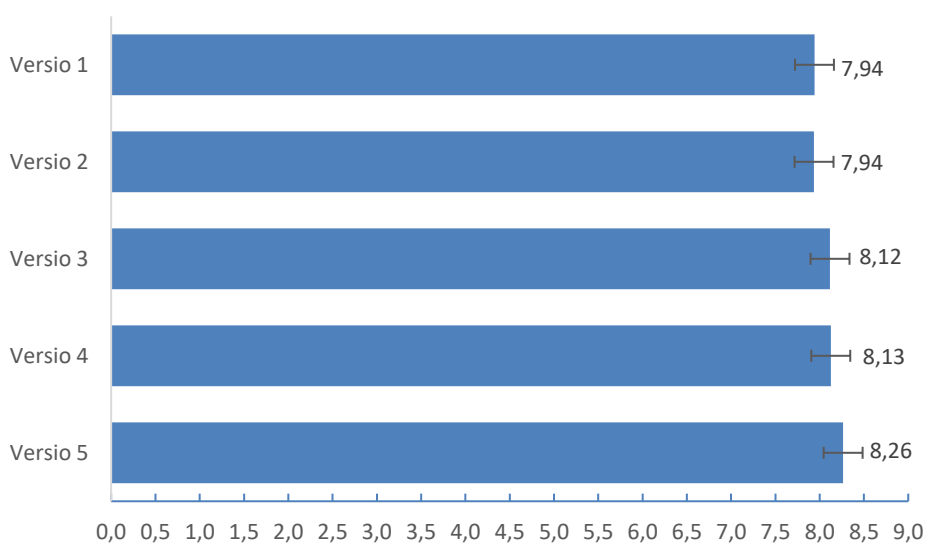
Rengas oli ennen vierinvastuskokeita käyttämätön. Renkaan vierinvastus tunnetusti laskee renkaan käyttöänsä aikana. Uuden renkaan vierinvastus tyypillisesti laskee 2-5 prosenttia, kun rengasta ”sisäänajetaan” 80 km/h pyörimisnopeudella 60 minuutin ajan (Gent, 2005, s. 500). Tämän jälkeen muutokset ovat hitaita ja johtuvat kumin pintakuvion kulumisesta sekä kumin ikääntymisestä johtuvista materiaaliominaisuuksien muutoksista. Kulumisesta johtuva vierinvastuksen muuttuminen aiheuttaa mittauksiin epäluotettavuutta, sillä 2-5 % ero on suuri verrattuna hypoteettisiin vierinvastuksen eroihin. Rengas myös asennettiin vanteelle ja irrotettiin vanteelta useita kertoja mittausten välillä. Irrotus ja asentaminen vaativat renkaan venyttämistä, minkä vaikutusta kumin jäykkyyteen ja tätä kautta vierinvastukseen ei voida poissulkea.

Vanteiden erisuuruisten ilmanvastus- ja laakerikitkahäviöiden vaikutus mittaustulokseen eliminoidaan häviövoimatestin avulla. Häviövoimatesti ei kuitenkaan poissulje mahdollista eroavaisuutta alumiinivanteiden hystereesihäviöissä. Metallien hystereesihäviöt ovat tunnetusti vähäiset jännitysten ollessa materiaalin myötörajaa pienempiä. Tässä työssä kuitenkin eroavaisuudet mittaustuloksissa ovat pienet, joten vähäisetkin erot vanteessa vaikuttavat tulosten luotettavuuteen.

Mittaustuloksista voidaan havaita, että renkaan painauma on sitä pienempi, mitä leveämmälle vanteelle se on asennettu. Tästä voidaan päätellä renkaan olevan jäykempi asennettaessa se leveämmälle vanteelle, mikä on vierinvastuksen kannalta edullista (Ferraris, 2017, s. 828).

6.3 Pitkittäisurakokeen virhetarkastelu

Kuumapuukkoleikattujen renkaiden mitatut lämpötilakorjatut vierinvastukset on havainnollistettu kuvan 16 diagrammissa. Diagrammissa on havainnollistettu myös mittausepä-tarkkuuden suuruusluokka mittaustuloksiin nähden.



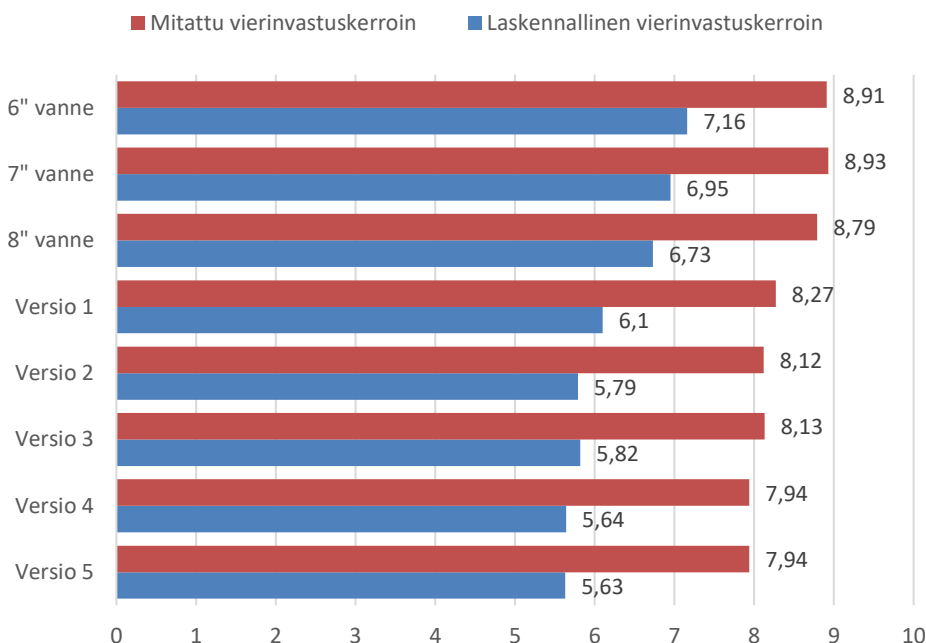
Kuva 16. Kuumapuukkoleikattujen renkaiden mitatut lämpötilakorjatut vierinvastukset mittaustoleransseineen

Pitkittäisurien paikkojen vaikutusta mittaavassa kokeessa oli vähemmän epäluotettavuutta aiheuttavia tekijöitä kuin vanneleveyttä tutkivassa kokeessa. Renkaiden sisäänajossa tapahtuva muutos vierinvastuksessa ei vaikuttanut niin paljoa mittaustuloksiin, sillä kaikkia renkaita sisäänajettiin yhtä paljon. Renkaan lämmitysajojen ollessa samantapuisia olivat myös mittauksen aikaiset rengaspaineet hyvin lähellä toisiaan.

Renkaiden yksilökohtaisista eroista johtuvia eroja vierinvastuksessa pyrittiin minimoimaan valitsemalla tuotantoerästä renkaat, joiden tuotannon laadunvarmistusmittaustulokset olivat mahdollisimman lähellä toisiaan. Tästä huolimatta yksilökohtaisista eroista johtuvia eroja mittaustuloksista ei voida poissulkea. Tuloksista voidaan huomata, että mitausten erot ovat lähestulkoon saman suuruisia kuin mittalaitteiden epätarkkuudesta johtuva maksimivirhe.

6.4 Laskennallisesti ja kokeellisesti määriteltujen arvojen erot

Tutkimalla taulukkoja 7 ja 8 voidaan huomata laskennallisesti ja kokeellisesti määriteltujen vierinvastusten poikkeavan toisistaan huomattavasti. Eroja on havainnollistettu kuvan 17 diagrammissa.



Kuva 17. Kokeellisesti ja laskennallisesti määriteltujen vierinvastusten vertailu

Vanneleveyskokeessa ero laskentatulosten ja koetulosten välillä on 18-24 %, kun taas pitkittäisurakokeessa ero on 26-30 %. Suurin syy liittyy siihen, että laskentamallissa vierinvastus on laskettu pelkkien hystereesihäviöiden avulla. Hystereesihäviöiden on todettu aiheuttavan noin 80-95 % vierinvastuksesta, kuten kappaleessa 2.2.1 mainittiin. Vierinvastusta aiheuttaa myös pienen mittakaavan muodonmuutoksista aiheutuva vierimiskitka, jota ei laskentamalleissa huomioitu. Renkaan kuormitustilan ja vierinvastuksen yhteyksiä käsittelevässä opinnäytetyössä (Junttila, 2018) laskettiin renkaan vierimiskitkan aiheuttama vastusvoima ja lisättiin se hystereesihäviöiden perusteella laskettuun vierinvastusvoimaan, jolloin päädyttiin lähempänä todellisuutta olevaan lopputulokseen.

Mallinnuksessa tehdyt yksinkertaistukset ja oletukset vaikuttavat osaltaan simuloinnin tulosten todenmukaisuuteen. Renkaasta tehdyn laskentamallin geometria on todellista rengasta huomattavasti yksinkertaisempi. Laskentamalleihin asetettu renkaan ja rummun välinen kitkakerroin on arvioitu karkeasti, sillä se on vaikea mitata. Suuri vaikutus laskennallisen vierinvastuksen todenmukaisuuteen on myös sillä, että se on laskettu renkaan staattisen deformaatiotilan perusteella. Pyörivän renkaan deformaatiotila poikkeaa renkaan staattisesta deformaatiotilasta huomattavasti. Edellä mainittujen seikkojen lisäksi on hankalaa arvioida valmistusprosessista johtuvia renkaan komponenttien esijännityksiä.

Niillä on vaikutus renkaan jäykkyyteen, joka puolestaan on vierinvastuksen kannalta oleellinen tekijä.

Edellä mainituista epätarkkuustekijöistä huolimatta on vierinvastuksen laskeminen staattisen FEM-mallin avulla kannattavaa, kun halutaan tutkia eri parametrien vaikutuksia vierinvastukseen. Tarkkojen tulosten saaminen simuloinnilla ei ole tärkeää. Riittävää on, että simuloinnin avulla voidaan vertailla eri parametrien vaikutusta vierinvastukseen. Tässä työssä erityisen hyvin onnistui pitkittäisurien paikkojen vaikutuksen tutkiminen. Kokeissa ja simuloinneissa havaitut erot eri urakonfiguraatioiden välillä vastasivat varsin hyvin toisiaan.

7. YHTEENVETO JA PÄÄTELMÄT

Tässä diplomityössä tutkittiin henkilöautonrenkaan vierinvastukseen vaikuttavia tekijöitä. Työssä tutkittiin, mitkä ovat tunnettuja vierinvastusta pienentäviä tekijöitä ja millaisia tutkimuksia aiheesta on tehty. Tämän pohjalta päädyttiin tutkimaan vanneleveyden, pinnan kaarevuussäteen sekä pitkittäisurien paikkojen vaikutusta vierinvastukseen. Vaikutusta tutkittiin sekä simuloimalla että kokeellisesti. Laskennalliset vierinvastukset määriteltiin Abaqus-simulointiohjelmistolla tehtyjen laskentamallien perusteella. Laskentojen tulokset lukuun ottamatta pinnan kaarevuussädettä tutkivia laskentoja verifioitiin ISO 28580:2009 –standardin mukaisella vierinvastusmittausmenetelmällä.

Vanneleveyttä tutkittaessa hypoteesina oli, että leveämmälle vanteelle asetettu rengas deformoituu vähemmän ja sillä on tästä syystä alhaisempi vierinvastus. Pitkittäisurien paikkoja käsittelevässä osuudessa tutkittiin rengasta, jonka pintakuvio koostuu ainoastaan neljästä pitkittäisurasta. Tutkimuksessa oli hypoteesina, että ulompien urien asettamisella mahdollisimman lähelle reunaa on vierinvastusta vähentävä vaikutus. Sisempien urien paikkojen vaikutus vierinvastukseen arvioitiin vähäiseksi. Laskentojen tulokset tukivat edellä mainittuja väitteitä, joten niiden paikkaansa pitävyyttä tutkittiin kokeellisesti. Pinnan kaarevuussäteen vaikutusta tutkivien simulointien tulokset vastasivat kirjallisuudessa esitettyä väitettä sekä pääosin aiemman tutkimuksen tuloksia. Niitä ei kuitenkaan verifioitu tässä työssä kokeellisesti, sillä havaitut erot olivat pieniä ja niiden tutkiminen olisi paljon resursseja vaativa prosessi.

Leveämmän vanteen ja alhaisemman vierinvastuksen välille ei kokeiden perusteella löytynyt selkeää yhteyttä. Mittauksessa oli useita epätarkkuustekijöitä, jotka heikensivät tulosten luotettavuutta. Mitattu vierinvastusten ero esimerkiksi 8” ja 7” vanteilla on noin 1 %. Ero ei ole kovin merkittävä ja se on pieni verrattuna mittalaitteiston maksimivirheeseen, joka on suuruudeltaan noin 2,5 %. On myös huomioitava, että 8” leveä vanne ei ole standardin mukaan hyväksytty 205/55R16 –kokoiselle renkaalle (*E.T.R.T.O Standards Manual*, 2016). Renkaan lämmitysajon pituuden vähentäminen aiheutti mittaustulokseen epävarmuutta, vaikka se olikin standardin mukainen menettelytapa. Tekemällä mittaus sisäänajetulle renkaalle tarpeeksi pitkillä jäähdytystauoilla poissulkisi rengaspaineen eroavaisuuksista sekä sisäänajokulumisesta johtuvat erot. Kokeen voisi myös tehdä käyttämällä eri rengasta, mutta tällöin epäluotettavuutta aiheuttaisivat renkaiden yksilökohittaiset erot.

Pitkittäisurien paikan muuttamisella havaittiin olevan suurempi vaikutus vierinvastukseen kuin vanneleveyden muuttamisella. Mitattu ero pienimmälle ja suurimmalle vierinvastukselle on suuruudeltaan noin 4%, joka on suurempi kuin mittausepätarkkuudesta johtuva maksimivirhe. Tämän työn tulosten perusteella voidaan pitää aiemmin esiteltyä

hypoteesia pitkittäisurien paikan vaikutuksesta jatkotutkimuksen arvoisena. Yhden mittauskierroksen perusteella ei kuitenkaan voida vielä tehdä luotettavia johtopäätöksiä. Luotettavampia tutkimustuloksia saataisiin, mikäli kokeet tehtäisiin useammalle rengasyksilölle. Kokeet olisi myös hyvä tehdä useille eri kokoisille renkailla, jotta voitaisiin arvioida, päteekö päätelmä muihin rengaskokoihin. Kokeiden tuloksia tarkasteltaessa on myös huomioitava, että kuumapuukkoleikatut ja muotin avulla syntyvät urat eivät täysin vastaa toisiaan. Pintakomponentin alla olevat teräsvyöt ja JLB muuttavat paistoprosessissa hieman muotoaan muotin muotoja mukaillen. Tämän lisäksi on myös huomioitava, että pitkittäisurien paikan vaikutus vierinvastukseen voi olla erilainen, kun renkaassa on niiden lisäksi myös muuta pintakuviointia.

Yleisesti ottaen suurempi määrä mittausdataa mahdollistaisi luotettavammat lopputulokset. Tällöin mittaustulosten luotettavuutta voitaisiin tutkia tilastollisesti. Tilastollisella tutkimisella voitaisiin arvioida mittauksessa tapahtuvan satunnaisen vaihtelun suuruutta ja pohtia, onko tässä työssä laskettu maksimivirhe liian konservatiivinen. Mittaukset tehtiin kuitenkin vain kerran tämän työn rajallisten resurssien takia. Työssä tehtyjen laskentamallien ja dokumentoitujen mittaustulosten pohjalta vierinvastukseen liittyvää tutkimusta on hyvä jatkaa.

LÄHTEET

Abaqus 6.14 Documentation (2014). Saatavissa: <http://abaqus.software.polimi.it/v6.14/index.html>.

ABAQUS Theory manual (2011) *ABAQUS, Inc. and Dassault Systèmes*.

Akutagawa, K. (2017) "Technology for Reducing Tire Rolling Resistance", *Tribology Online*, 12(3), ss. 99–102. doi: 10.2474/trol.12.99.

Austrell, P.-E. (1997) *Modeling of Elasticity and Damping for Filled Elastomers*. Lund University of Technology.

Benzley, S. E. ym. (1995) "A Comparison of All-Hexahedral and All-Tetrahedral Finite Element Meshes for Elastic and Elasto-Plastic Analysis", *4th International Meshing Roundtable, Sandia National Laboratories*, ss. 179–191. doi: 10.1.1.70.392.

Clark, J. D. ja Schuring, D. J. (1988) "Load, Speed and Inflation Pressure Effects on Rolling Loss Distribution in Automobile Tires", *TSTCA*. doi: 10.2346/1.2148800.

Czichos, H., Saito, T. ja Smith, L. (2011) *Springer Handbook of Metrology and Testing*. 2nd editio. Springer, Berlin, Heidelberg. doi: 10.1007/978-3-642-16641-9.

E.T.R.T.O Standards Manual (2016). Bryssel, Belgia.

Evans, L. R. ym. (2009) *NHTSA Tire Fuel Efficiency Consumer Information Program Development: Phase 2 – Effects of Tire Rolling Resistance Levels on Traction, Treadwear, and Vehicle Fuel Economy, DOT HS 811 154*.

Ferraris, A. (2017) "Trends and challenges from OEMs to tire development and current implementation strategies". München, Saksa. doi: 10.1007/978-3-658-14219-3.

Gent, A. N. (2012) *Engineering with Rubber: How to Design Rubber Components*. München, Saksa: Carl Hanser Fachbuchverlag. doi: 10.3139/9783446428713.

Gent, A. N. ja Walter, J. D. (2005) *The Pneumatic Tire*.

Hall, D. E. ja Moreland, J. C. (2001) "Fundamentals of Rolling Resistance", *Rubber Chemistry and Technology*, 74(3), ss. 525–539. doi: 10.5254/1.3547650.

Hoefer, C. ja Kropp, W. (2015) "A model for investigating the influence of road surface texture and tyre tread pattern on rolling resistance", *Journal of Sound and Vibration*. doi: 10.1016/j.jsv.2015.04.009.

ISO 28580:2009. Passenger car, truck and bus tyres - Methods of measuring rolling resistance (2009).

Jazar, R. N. (2017) *Vehicle Dynamics : Theory and Application*. doi: 10.1007/978-3-319-53441-1.

Junttila, J. (2018) *Renkaan kuormitustilan vaikutus vierinvastukseen*. Tampereen ammattikorkeakoulu.

KiTorq Rotor Torque Measuring Unit data sheet (2011). Saatavissa: www.kistler.com.

Korunović, N., Trajanović, M. ja Stojković, M. (2007) "FEA of tyres subjected to static loading", *Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics*, 1(1), ss. 87–98.

Kumar, N. ja Rao, V. V. (2016) "Hyperelastic Mooney-Rivlin Model : Determination and Physical Interpretation of Material Constants", *MIT International Journal of Mechanical Engineering*, 6(1), ss. 43–46.

Ma, G., Xu, H. ja Cui, W. (2007) "Computation of rolling resistance caused by rubber hysteresis of truck radial tire", *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, 8(5), ss. 778–785. doi: 10.1631/jzus.2007.A0778.

Ngai, K. L. ja Plazek, D. J. (2005) "The Viscoelastic Behavior of Rubber", teoksessa Mark, J. E., Erman, B., ja Eirich, F. R. (toim.) *Science and Technology of Rubber*. 3. p. Elsevier Inc., ss. 183–236. doi: 10.1021/ja059818g.

Pajunen, S. (2014) *Elementtimenetelmän jatkokurssi*. Luentomoniste.

RoadDyn ® P530 data sheet (2013). Saatavissa: <http://www.kistler.com/>.

Rodgers, B. ja Waddell, W. (2005) "Tire Engineering", teoksessa Mark, J. E., Erman, B., ja Eirich, F. R. (toim.) *The Science and Technology of Rubber*. 3. p. Elsevier Inc., ss. 619–661. doi: 10.1021/ja059818g.

Salmi, T. ja Kuula, K. (2012) *Rakenteiden Mekaniikka*. Tampere: Pressus Oy.

Salmi, T. ja Virtanen, S. (2008) *Materiaalien Mekaniikka*. Tampere: Pressus Oy.

Shida, Z. ym. (1999) "A Rolling Resistance Simulation of Tires Using Static Finite Element Analysis", *Tire Science and Technology*. doi: 10.2346/1.2135980.

Taylor, J. (1997) *Introduction to Error Analysis, the Study of Uncertainties in Physical Measurements, 2nd Edition*. Sausalito, California: University Science Books.

Tönük, E. (1998) *Computer Simulation Of Dynamic Behaviour of Pneumatic Tires*. Middle East Technical University.

UNECE Regulation No. 117 (2016). Saatavissa: <http://www.unece.org/>.

Walter, J. D. ja Conant, F. S. (1974) "Energy Losses in Tires", *Tire Science and Technology*, 2(4), ss. 235–260. doi: 10.2346/1.2167188.

Wriggers, P. (2006) *Computational contact mechanics*. 2. p. Springer. doi: 10.1007/978-3-540-32609-0.

Wriggers, P. (2008) *Nonlinear Finite Element Methods*. Springer. doi: 10.1007/978-3-540-71001-1.

Yeoh, O. H. (1997) "Hyperelastic material models for finite element analysis of rubber",

Journal of Natural Rubber Research, 12(3), ss. 142–153.

Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. ja Zhu, J. Z. (2013) *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7. p. Elsevier Science & Technology. doi: <https://doi.org/10.1016/C2009-0-24909-9>.

Lämpötilakorjatun vierinvastuskertoimen kaava ja sen osittaisdifferentiaalit

$$C_r = 1000 \frac{F_{r,25}}{F_z} = \frac{1000}{F_z} \frac{(T_t - T_{pl})}{R} [1 + K(t_{amb} - 25)] \quad (1)$$

$$\frac{\partial C_r}{\partial F_z} \Delta F_z = - \frac{1000}{F_z^2} \frac{(T_t - T_{pl})}{R} [1 + K(t_{amb} - 25)] \Delta F_z \quad (2)$$

$$\frac{\partial C_r}{\partial T_t} \Delta T_t = \frac{1000}{F_z R} [1 + K(t_{amb} - 25)] \Delta T_t \quad (3)$$

$$\frac{\partial C_r}{\partial T_{pl}} \Delta T_{pl} = - \frac{1000}{F_z R} [1 + K(t_{amb} - 25)] \Delta T_{pl} \quad (4)$$

$$\frac{\partial C_r}{\partial t_{amb}} \Delta t_{amb} = - \frac{1000}{F_z} \frac{(T_t - T_{pl})}{R} K \Delta t_{amb} \quad (5)$$

Rummun säteen toleranssista aiheutuva virhe on oletettu mitättömäksi. Vierinvastuskertoimen kokonaisvirhe

$$\Delta C_r = \left| \frac{\partial C_r}{\partial F_z} \Delta F_z \right| + \left| \frac{\partial C_r}{\partial T_t} \Delta T_t \right| + \left| \frac{\partial C_r}{\partial T_{pl}} \Delta T_{pl} \right| + \left| \frac{\partial C_r}{\partial t_{amb}} \Delta t_{amb} \right| \quad (6)$$

Esimerkiksi yhden mittaustuloksen arvoilla

$$F_z = 5241,07 \text{ N}, T_t = 78,62 \text{ Nm}, T_{pl} = 32,37 \text{ Nm}, t_{amb} = 24,7 \text{ °C}$$

ja standardin mukaisilla toleransseilla

$$\Delta F_z = 0,005 F_z, \Delta T_t = 0,5 \text{ Nm}, \Delta T_{pl} = 0,5 \text{ Nm}, \Delta t_{amb} = 0,2 \text{ °C}$$

sekä kertoimella

$$K = 0,008$$

saadaan vierinvastuskertoimen kokonaisvirheeksi $\Delta C_r \approx 0,25$. Tämän työn arvoilla ja standardin mukaisilla toleransseilla lasketut kokonaisvirheet vaihtelevat välillä $\Delta C_r = 0,24 \dots 0,25$. Samalla mittaustuloksella ja työssä käytettyjen laitteiden toleransseilla

$$\Delta F_z = 10 \text{ N}, \Delta T_t = 0,5 \text{ Nm}, \Delta T_{pl} = 0,5 \text{ Nm}, \Delta t_{amb} = 0,2 \text{ °C}$$

saadaan vierinvastuskertoimen kokonaisvirheeksi $\Delta C_r \approx 0,22$. Kertoimelle saadaan kahden desimaalin tarkkuudella samat arvot millä tahansa tämän työn mittausten arvoilla.